	a feladat sorszáma	pontszám maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	pontszám maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum — javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve: elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum — dátum

javító tanár — jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. május 4.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2021. május 4. 9:00

II.

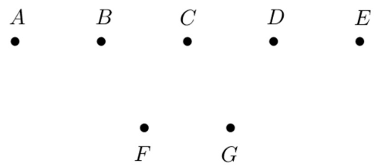
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Az ábrán szereplő A, B, C, D és E pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az F és G pontokra illeszkedő egyenessel.



a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely az ábrán lévő pontok közül legalább kettőre illeszkedik?

b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait az ábrán szereplő 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszöget különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy háromszög csúcsai: $K(-1; 5)$, $L(1; 1)$, $M(5; 3)$.

c) Igazolja, hogy a háromszög L-nél lévő szöge derékszög!

d) Írja fel a háromszög körülírt körének az egyenletét!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13.

a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(x+4)^2+(x+1)\cdot(x+2)=9$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left.\begin{array}{r} 2x+y=7 \\ 3x-7y=36 \end{array}\right\}$$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. **a)** Az $x \mapsto mx + b$ lineáris függvény 1-hez 200-at, 21-hez pedig 5200-at rendel.
Adja meg m és b értékét!

Anna szeretne részt venni a Balaton-átúszáson, amelyhez két különböző 21 napos edzéstervet készít. Azt már elhatározta, hogy az első napon 200 métert, az utolsó, 21. napon pedig az átúszás teljes távját, 5200 métert úszik. Az egyik edzéstervben a napi úszásmennyiségek egy számtani sorozat egymást követő tagjai, a másik változatban pedig (jó közelítéssel) egy mértani sorozaté.

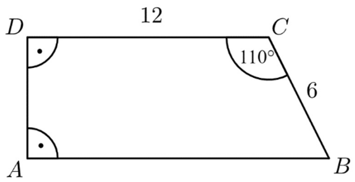
b) A teljes felkészülés alatt összesen hány métert úszna Anna az egyik, illetve a másik változatban?

A 2020-as Balaton-átúszáson az indulók 36%-a volt nő, átlagéletkoruk 35 év. Az indulók 64%-a volt férfi, átlagéletkoruk 38 év.

c) Mennyi volt ebben az évben az összes induló átlagéletkora?

a)	5 pont	
b)	8 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

14. Az *ABCD* derékszögű trapéz 6 cm-es *BC* szára 110°-os szöget zár be a 12 cm-es *CD* alappal.



a) Számítsa ki a trapéz másik két oldalának a hosszát!

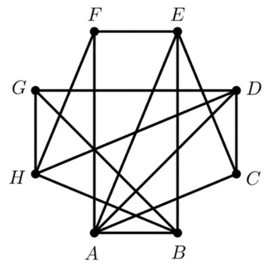
b) Számítsa ki a *BCD* háromszög *BD* oldalának hosszát és ismeretlen szögeinek nagyságát!

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

16. Egy nyolccsapatos jégkorongbajnokságban minden csapat minden másikkal egyszer mérkőzik meg.
Az ábrán látható gráf az eddig lejátszott mérkőzéseket szemlélteti. A pontok a csapatokat jelképezik, és két pont között pontosan akkor van él, ha a két csapat már játszott egymással.
A bajnokságból 5 fordulót már megrendeztek, ám néhány mérkőzés elmaradt. (Egy fordulóban – ha nincs elmaradó mérkőzés – mindegyik csapat egy mérkőzést játszik.)



a) Adja meg három olyan csapat betűjelét, melyek közül bármely kettő már lejátszotta az egymás közötti mérkőzését!

b) Hány mérkőzés maradt el az első 5 fordulóban?

Az egyik játékos 0,3 valószínűséggel szerez gólt egy büntetőlövésből.

c) Mekkora a valószínűsége, hogy 10 büntetőlövésből pontosan 4 gólt szerez?

A szabványos jégkorong egy olyan vulkanizált gumihenger, amelynek magassága 2,54 cm (1 inch), alapkörének átmérője 7,62 cm (3 inch). Az egyik csapat a pálya bejáratához egy olyan nagyméretű korongot terveztet, amely (matematikai értelemben) hasonló a szabványos jégkoronghoz. A tervben szereplő nagyméretű korong térfogata 1 m^3.

d) Számítsa ki a nagyméretű korong magasságának és alapköre átmérőjének a hosszát!

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

15. Amerikai kutatók 104 labrador genetikai elemzése alapján felállítottak egy egyenletet, amellyel (a kutya 3 hónapos korától) megmondható, milyen korú az adott kutya emberévekben.[1] A kutya valódi életkorát években mérve jelölje K, ekkor az emberévekben kifejezett életkort (E) az alábbi képlettel kapjuk: $E = 37 \cdot \lg K + 31$ (ahol $K > 0{,}25$).

a) Egy kutya emberévekbe átszámított életkora $E = 70$ év.
Hány év, hány hónap ennek a kutyának a valódi életkora?
Válaszát egész hónapra kerekítve adja meg!

Egy másik átszámítás szerint – a kutya 3 éves korától kezdve – az emberévekben kifejezett életkor az $e = 5{,}5 \cdot K + 12$ képlettel kapható meg (ahol $K > 3$).

b) Számítsa ki egy $K = 8$ éves labrador esetén az emberévekben kifejezett életkort mindkét képlettel!
Az amerikai kutatók képletéből kiszámított érték hány százalékkal nagyobb, mint a másik képletből kiszámított érték?

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

[1] https://www.cell.com/action/showPdf?pii=S2405-4712%2820%2930203-9