

a feladat sorszama	pontszám	
	maximális	elért
II. A rész	12	
	11	
	13	
II. B rész	17	
	17	
ÖSSZESEN		70

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. október 19.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2021. október 19. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy osztályban kétszer annyian járnak matematikafakultációra, mint fizikafakultációra. Összesen 15 olyan diák van az osztályban, aki a két fakultáció közül valamelyikre jár. A 15 diák közül 6-an mindkét fakultációra járnak.

a) Hány olyan diák van az osztályban, aki matematikafakultációra jár, de fizikára nem?

A távoktatás időszakában ennek az osztálynak a tagjai a tanárral együtt 24-en vesznek részt az alap-matematikaórákon. Az órákon használt online alkalmazás 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el a résztvevőket megjelenítő egybevágó kis téglalapokat úgy, hogy ezek kitöltik a teljes képernyőt. Stefi számítógépén a képernyő vízszintes és függőleges oldalának aránya 16:9.							
							
							
							

b) Adj meg egy kis téglalap vízszintes és függőleges oldalának arányát két egész szám hányadosaként!

Az alkalmazás a bejelentkező személyekhez tartozó 24 téglalapot véletlenszerűen rendezi el a képernyőn.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a következő órán Stefi és barátjóját, Cilit megjelenítő téglalap is a képernyő első sorába fog kerülni! (A 24 kis téglalapot az alkalmazás mindig 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el.)

A 24 bejelentkező személyt a képernyőn 24!-féleképpen lehet elrendezni.

d) Mutassa meg, hogy a 24! osztható 10 000-rel!

a)	4 pont
b)	5 pont
c)	5 pont
d)	3 pont
Ö.:	17 pont

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A B részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe! Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!

6. Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!
7. A gondolatmenet kifejtése során a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

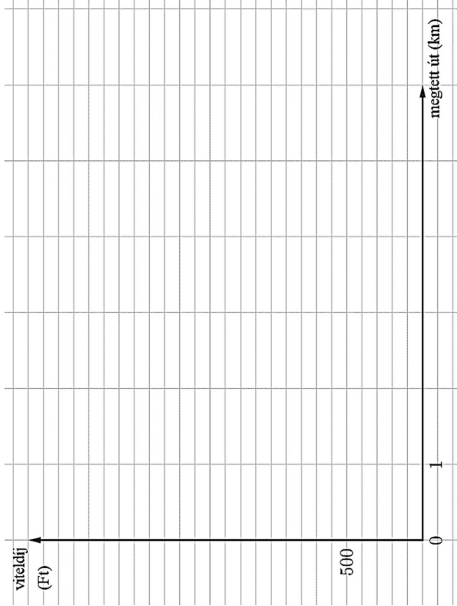
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

A

13. Egy kisvárosban, ha taxival utazunk, a szolgáltatásért fizetendő viteldíj az alapdíj és a kilométerdíj összege. Az út hosszától független alapdíj 700 Ft, a megtett út hosszával egyenesen arányos kilométerdíj pedig kilométerenként 300 Ft. (A taxióra folyamatosan pörög, nemcsak egész kilométerenként mér.)

- a) Hány forint a viteldíj ebben a kisvárosban, ha 12,5 kilométert utazunk taxival?
- b) Hány kilométert utaztunk taxival, ha a viteldíj 2275 Ft?
- c) Az alábbi koordináta-rendszerben ábrázolja a megtett út függvényében 0 és 5 kilométer között!



Egy másik kisvárosban a taxis utazás viteldíja szintén alapdíjból és kilométerdíjből tevődik össze. Gergő ebben a városban hétfőn egy 6,5 km hosszú taxizás után 2825 forintot fizetett, kedden pedig egy 10,4 kilométeres út után 4190 forintot.

- d) Hány forint ebben a városban az alapdíj, és hány forint a kilométerdíj?

a)	2 pont
b)	2 pont
c)	3 pont
d)	5 pont
Ö.:	12 pont

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 17.** **a)** Egy számtani sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. Hány százalékkal nagyobb a sorozat első 16 tagjának összege a sorozat 106. tagjánál?
- b)** Egy mértani sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. A sorozat tagjai között hány olyan van, amelyik kisebb, mint 10 000 000?

a)	8 pont	
b)	9 pont	
Ö.::	17 pont	

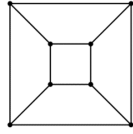
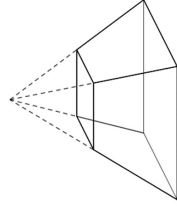
14. Egy négyzet alapú szabályos gúla alapélének hossza 66 cm, a gúla magassága 56 cm.

a) Számítsa ki a gúla felszínét!

A gúlát két részre vágjuk egy olyan síkkal, amely párhuzamos az alaplappal, és a gúla magasságát felezi.

b) Számítsa ki az így keletkező csomkagúla térfogatát!

A csomkagúla esúcsait és éleit gráfként is fel tudjuk rajzolni. Az így kapott 8 pontú gráfban minden pont fokszáma 3.



c) Létezik-e olyan 7 pontú gráf, amelyben minden pont fokszáma 3? (Ha válasza **igen**, akkor rajzoljon ilyen gráfot, ha a válasza **nem**, akkor választát indokolja.)

a)	5 pont
b)	4 pont
c)	2 pont
Ö.::	11 pont

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben: $A(5; 6)$, $B(4; 2)$ és $C(8; 2)$.

- a) Számítsa ki a háromszög A -nál lévő belső szögét!
- b) Írja fel a háromszög B -re illeszkedő magasságvonálának egyenletét, és számítsa ki a háromszög M magasságpontjának koordinátáit!

Az ABC háromszöget a B pontból középpontosan a kétszeresére nagyítjuk, így az $A'B'C'$ háromszöget kapjuk.

- c) Adja meg az $A'B'C'$ háromszög csúcsainak koordinátáit!

a)	6 pont
b)	7 pont
c)	4 pont
Ö.:	17 pont

15. Dávidnak ebben a félévben három darab 3-as és két darab 5-ös érdemjegye van angolból. Jánosnak is öt jegye van angolból. Az ő jegyeinek mediánja 1-gyel nagyobb, mint Dávid jegyeinek mediánja, az átlaga viszont 1-gyel kisebb Dávid jegyeinek átlagánál.

a) Határozza meg János angoljegyeit! (A jegyek egész számok.)

Eszter az első félévben 9 jegyet szerzett angolból, és ezek átlaga pontosan 3. A második félévben 6 jegyet szerzett, ezek átlaga pontosan 4,5.

b) Mennyi Eszter egész évben szerzett angoljegyeinek az átlaga?

Az $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz elemei közül véletlenszerűen kiválasztunk két különbözőt.

c) Mennyi a valószínűsége, hogy a két kiválasztott szám átlaga egész szám lesz?

a)	6 pont
b)	3 pont
c)	4 pont
Ö.:	13 pont