	a feladat sorszáma	pontszám maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	11		
	14.	12		
	15.	13		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	pontszám maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve: elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum dátum

javító tanár jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. május 3.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Andrea és Balázs *kockarulettet* játszanak. Egy játék abból áll, hogy két szabályos dobókockával egyszerre dobnak. A dobás előtt a játékszelvényen megadott öt eseményre lehet fogadni úgy, hogy a játékosok minden játék előtt beírják a tétjeiket a játékszelvény megfelelő oszlopába. A tétként feltett pontokat levonják a játékos pontszámából. A szelvényen látható az egyes eseményekre a nyereményszorzó is, ami megmutatja, hogy a tétként feltett pontok hányszorosát kapják meg nyereményként, amennyiben az esemény bekövetkezik.

A játékosok 100 ponttal indulnak. A lenti ábrán Andrea játékszelvényét látjuk. Az 1. játékban 10-10-10 pontot tett fel három eseményre, és ezek után az 1 és 4 számokat dobták a kockákkal. Andrea az első téttel nem nyert, de a másik kettővel $3 \cdot 10$, illetve $2 \cdot 10$ pontot nyert. Összesen 30 pontot tett fel, és 50 pontot nyert, tehát az 1. játék után 120 pontja lett, ennyivel kezdi a 2. játékot.

ESEMÉNY	nyeremény-szorzó	TÉTEK 1. játék	2. játék	3. játék
A: két páros számot dobunk	4	10		
B: az egyik szám páros, a másik páratlan	3	0		
C: a számok összege kisebb, mint 6	3	10		
D: a számok szorzata páros	2	10		
E: dobunk 6-ost	3	0		
	összes tét	30		

nyeremény	50		
pontszám a játék után	120		
dobott számok	1, 4		

a) A 2. játékban Andrea ugyanerre a három eseményre fogadott 20-20-20 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Melyik számokat dobták a 2. játékban, és mennyi lett Andrea pontszáma a 2. játék után?

b) A 3. játékban Andrea az első három eseményre fogadott 10-10-10 ponttal, de egyikkel sem nyert. Melyik számokat dobhatták a 3. játékban?

c) Balázs az egyik játékban az A, a D és az E eseményre fogadott összesen 70 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Az E eseményre éppen kétszer annyi tétet tett, mint az A-ra. Hány ponttal fogadott Balázs az A eseményre, ha összesen 200 pont lett a **nyereménye**?

d) Egy másik napon már három, különböző színű szabályos dobókockával dobtak egyszerre. Az új játékhoz új eseményeket találtak ki, az egyik esemény ez volt:

Dobunk 5-öst.

Számítsa ki ennek az eseménynek a valószínűségét!

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{3x+1}{2}+\frac{x-1}{3}=13$

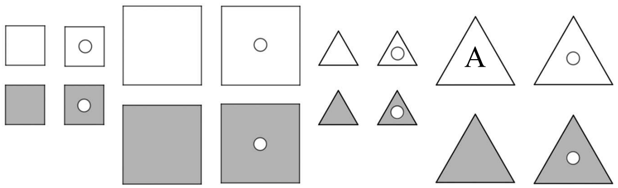
b) $\sqrt{x-1}=7-x$

a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	4 pont	
d)	6 pont	
e)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

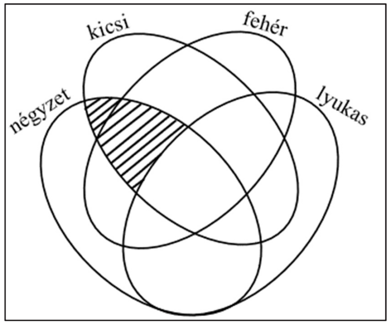
17. Az ábrán látható, 16 elemű logikai készletben minden elemnek négy tulajdonsága van:
- lehet kicsi vagy nagy;
- lehet fehér vagy szürke;
- lehet lyukas vagy nem lyukas;
- lehet négyzet vagy háromszög.



A készlet egyik elemét egy A betűvel megjelöltük.

a) Helyezze el a halmazábrába az A-val jelölt elemet (írjon a megfelelő részbe egy A betűt)!

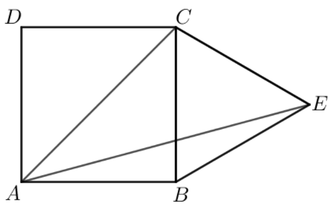
b) **Karikázza be** a fenti készletben az összes olyan elemet, amelyik a satírozott részhalmazba tartozik!



A 16 elemű készletből véletlenszerűen kihúzunk két elemet (visszatevés nélkül).

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kihúzott elem kicsi háromszög?

Az $ABCD$ négyzet oldala 3 cm hosszú. A négyzet BC oldalára kifelé megrajzoltuk a BCE szabályos háromszöget az ábrán látható módon.



d) Hány négyzetcentiméter az ACE háromszög területe?

e) Igazolja, hogy az ACE háromszög körülírt körének középpontja a B pont!

14. **a)** Egy **mértani sorozat** első tagja 0,75, negyedik tagja 6. Határozza meg a sorozat hányadosát és első húsz tagjának összegét!

b) Egy **számtani sorozat** első három tagjának összege 18. A harmadik és a negyedik tag összege 28-cal nagyobb az első és a második tag összegénél. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét, valamint a sorozat első húsz tagjának összegét!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

16. Adottak a koordináta-rendszerben az $A(0; 4)$, $B(1; 0)$, $C(6; 2)$ és $D(5; 6)$ pontok.

a) Írja fel az A és B pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

b) Mutassa meg, hogy az $ABCD$ négyszög paralelogramma!

c) Számítsa ki az $ABCD$ paralelogramma B csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

A sokszögeket a csúcsaikhoz írt nagybetűkkel jelöljük (pl. $ABCD$, $EFGH$). A betűzés akkor „szabályos”, ha valamelyik csúcsból kiindulva és az egyik körüljárási irányban haladva a betűk ábécésorrendben követik egymást.

d) Egy négyszög négy csúcsához az E, F, G és H betűket írjuk véletlenszerű sorrendben. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a betűzés szabályos lesz?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

Matematika
középszint
Név: .... osztály:......

15. Egy dobozkészlet három, vékony fémlemezből készült forgáshenger alakú dobozból áll. A legnagyobb doboz alaplapjának sugara 13 cm, magassága 18 cm. (A lemez vastagságától eltekintünk.)

a) Számítsa ki, hány liter a legnagyobb fémdoboz térfogata! Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A doboz elkészítéséhez (az illesztések, a dobozfedő pereme, illetve az anyagveszteség miatt) 18%-kal több lemezre van szükség, mint amennyi egy ugyanekkora forgáshenger felszíne.

b) Hány négyzetméter lemez szükséges ahhoz, hogy a legnagyobb dobozból el lehessen készíteni 1000 darabot?

A dobozok ára egyenesen arányos az elkészítésükhöz szükséges lemez területével. A legkisebb doboz 800 cm^2, a középső 2000 cm^2 lemezből készül el. A két doboz ára összesen 2100 Ft.

c) Mennyibe kerül a legkisebb, és mennyibe kerül a középső doboz?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	