

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. május 3.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

-
6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
 7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészeire előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
 8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
 9. Az olyan részszerkesztésekért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
 10. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
 11. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
 12. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
 13. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **ésszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
 14. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

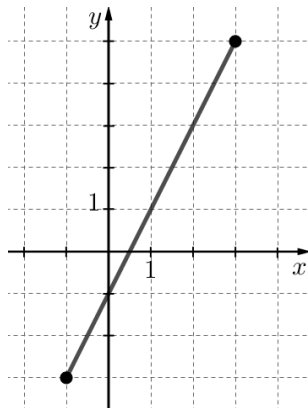
I.

1.		
$B = \{1; 2; 3; 4\}$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
(Pitagorasz-tétellel: $\sqrt{26^2 - 10^2} =$) 24 cm	2 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
-3	2 pont	
Összesen:	2 pont	

4.		
$(840 : 0,35 =)$ 2400 Ft	2 pont	
Összesen:	2 pont	

5.		
A grafikon lineáris függvény grafikonja, melynek meredeksége 2,	1 pont	
az y tengelyt a (-1) -ben metszi,	1 pont	
és a megfelelő intervallumon van ábrázolva.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

6.		
A megadott öt pozitív egész szám átlaga 4,	1 pont	<i>Néhány példa a jó megoldásra: 3, 3, 3, 3, 8, vagy 2, 3, 3, 3, 9, vagy 1, 2, 3, 3, 11.</i>
egyetlen módusza 3.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

7.		
g, i	2 pont	<i>Egy helyes, vagy két helyes és egy hibás válasz esetén 1 pont jár.</i>
Összesen:	2 pont	

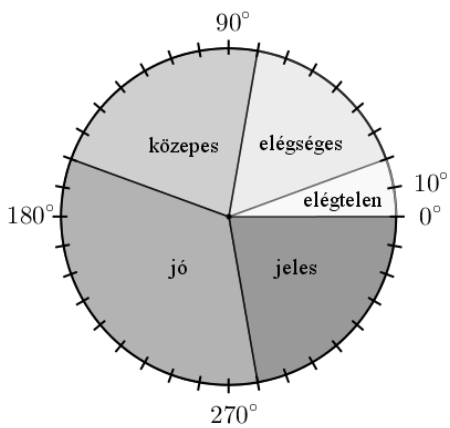
8.

$\left(\frac{(10-2) \cdot 180^\circ}{10} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{10} = \right) 144^\circ$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

9.

$4^x = 32$	1 pont	
$x = \log_4 32$	1 pont	$2^{2x} = 2^5$
$x = 2,5$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

10.

$360^\circ : 18 = 20^\circ$, így az egyes osztályzatokat ábrázoló körcikkek középponti szögei rendre: 20° , 60° , 80° , 120° , 80° .	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
	2 pont	
Összesen:	3 pont	

11.

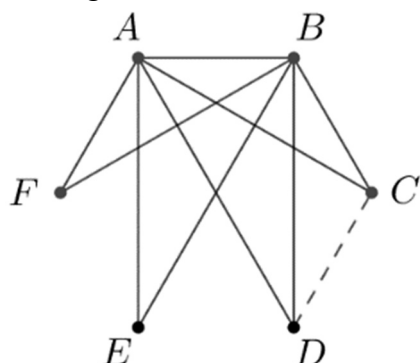
1122, 1212, 2112	3 pont	<i>Minden megfelelő számért 1 pont jár. Ha a vizsgázó hibás számo(ka)t is ír, akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.</i>
Összesen:	3 pont	

12.

Lehet 2 ismerőse,

1 pont

az ehhez tartozó gráf:

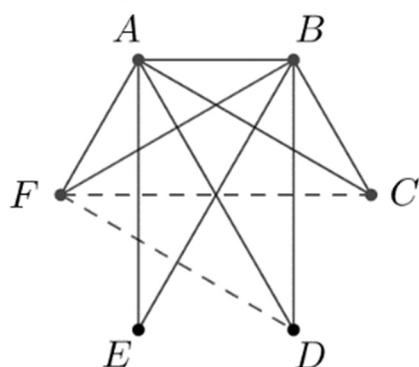


1 pont .

Lehet 4 ismerőse,

1 pont

ebben az esetben a gráf:



1 pont

Összesen:**4 pont**

II. A

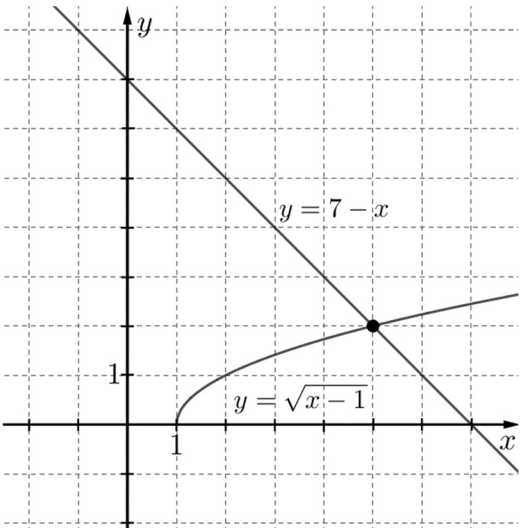
13. a)

Közös nevezőre hozunk: $\frac{9x+3}{6} + \frac{2x-2}{6} = 13$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$9x + 3 + 2x - 2 = 78$	1 pont	
$11x = 77$	1 pont	
$x = 7$	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

13. b) első megoldás

Négyzetre emelünk: $x - 1 = 49 - 14x + x^2$.	1 pont	
$x^2 - 15x + 50 = 0$	1 pont	
Az egyenlet gyökei $x_1 = 5$ és $x_2 = 10$.	2 pont	
Ellenőrzés: az 5 megoldása az eredeti egyenletnek,	1 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a vizsgáló az $1 \leq x \leq 7$ feltétel mellett az ekvivalenciára hivatkozik.</i>
a 10 nem megoldása az eredeti egyenletnek.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

13. b) második megoldás

Grafikus megoldás: 	4 pont	<i>2 pont a négyzetgyökös, 2 pont a lineáris függvény helyes ábrázolásáért jár.</i>
A grafikonokról leolvastva $x = 5$.	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

14. a)		
(A mértani sorozat hányadosát q -val jelölve:) $a_4 = 0,75 \cdot q^3 = 6$.	1 pont	
Ebből $q^3 = 8$,	1 pont	
azaz $q = 2$.	1 pont	
$S_{20} = 0,75 \cdot \frac{2^{20} - 1}{2 - 1} =$	1 pont	
$= 786\,431,25$	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. b) első megoldás		
A sorozat első tagját a -val, különbségét d -vel jelölve, a szöveg alapján: $a + (a + d) + (a + 2d) = 18$,	1 pont	
valamint $(a + 2d) + (a + 3d) = a + (a + d) + 28$.	1 pont	<i>A harmadik tag $2d$-vel nagyobb az elsőnél, a negyedik tag $2d$-vel nagyobb a másodiknál, így $4d = 28$.</i>
A második egyenletből $d = 7$.	2 pont	
Ezt az első egyenletbe helyettesítve $a = -1$.	1 pont	
A sorozat 20. tagja: $a_{20} = 132$. $S_{20} = \frac{-1 + 132}{2} \cdot 20 = 1310$	2 pont	$-1 + 6 + 13 + \dots + 132 = 1310$
Összesen:	7 pont	

14. b) második megoldás		
A sorozat második tagját b -vel, különbségét d -vel jelölve, a szöveg alapján: $(b - d) + b + (b + d) = 18$,	1 pont	
ahonnan $b = 6$.	1 pont	
A második feltétel szerint $(b + d) + (b + 2d) = (b - d) + b + 28$,	1 pont	
ahonnan $d = 7$.	1 pont	
Így a sorozat első tagja: $b - d = -1$.	1 pont	
$S_{20} = \frac{2 \cdot (-1) + 19 \cdot 7}{2} \cdot 20 = 1310$	2 pont	
Összesen:	7 pont	

15. a)		
A doboz térfogata: $V = 13^2 \cdot \pi \cdot 18 \approx$	1 pont	
$\approx 9557 \text{ cm}^3$,	1 pont	
azaz kb. 9,6 liter.	2 pont	<i>1 pont jár a helyes mértékegységváltásért, 1 pont jár a helyes kerekítésért.</i>
Összesen:	4 pont	

15. b)		
Egy ilyen méretű forgáshenger felszíne: $2 \cdot 13^2 \cdot \pi + 2 \cdot 13 \cdot \pi \cdot 18 \approx$	1 pont	
$\approx 2532 \text{ cm}^2$.	1 pont	
Az egy dobozhoz felhasznált lemez területe tehát $1,18 \cdot 2532 \approx 2988 \text{ cm}^2 \approx$	1 pont	
$\approx 0,3 \text{ m}^2$,	1 pont	
így 1000 doboz elkészítéséhez kb. 300 m^2 fémlemez szükséges.	1 pont	.
Összesen:	5 pont	

15. c) első megoldás		
Mivel $800 : 2000 = 2 : 5$, ezért a legkisebb doboz ára legyen (forintban számolva) $2x$, a középsőé $5x$.	1 pont	
$2x + 5x = 2100$	1 pont	
$x = 300$	1 pont	
A legkisebb doboz ára ($2 \cdot 300 =$) 600 Ft, a középső doboz ára pedig ($5 \cdot 300 =$) 1500 Ft.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

15. c) második megoldás		
A legkisebb doboz ára legyen (forintban számolva) $800x$, a középsőé $2000x$.	1 pont	<i>Összesen 2800 cm^2 lemez kerül 2100 Ft-ba, így 1 cm^2 lemez ára $2100 : 2800 = 0,75 \text{ Ft}$.</i>
$800x + 2000x = 2100$	1 pont	
$x = 0,75$	1 pont	
A legkisebb doboz ára ($800 \cdot 0,75 =$) 600 Ft, a középső doboz ára pedig ($2000 \cdot 0,75 =$) 1500 Ft.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

II. B

16. a) első megoldás

Az egyenes egy irányvektora: $\overrightarrow{AB}(1; -4)$,	1 pont	$-4x - y = -4$
egy normálvektora: $(4; 1)$,	1 pont	
így az egyenes egyenlete: $4x + y = 4$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. a) második megoldás

Az egyenes az y tengelyt a $b = 4$ -nél metszi,	1 pont	
meredeksége pedig $m = -4$,	1 pont	
így az egyenes egyenlete $y = -4x + 4$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. b) első megoldás

$\overrightarrow{AD} = ((5; 6) - (0; 4)) = (5; 2)$ $\overrightarrow{BC} = ((6; 2) - (1; 0)) = (5; 2)$	2 pont	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = (1; -4)$
Mivel a négyszög két szemközti oldalvektora egyenlő (és így két szemközti oldal párhuzamos és egyenlő hosszú), az állítást beláttuk.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

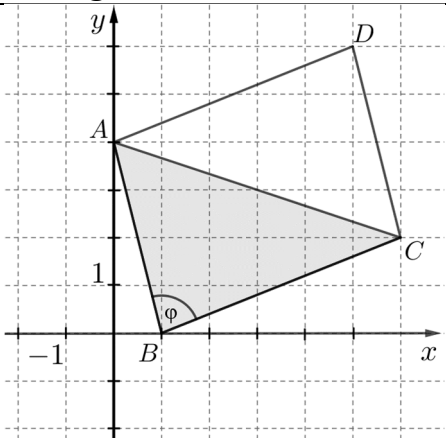
16. b) második megoldás

A négyszög oldalainak hossza: $ AB = DC = \sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$, $ AD = BC = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$.	2 pont	
Mivel a négyszög szemközti oldalai egyenlő hosszúak, így az állítást beláttuk.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

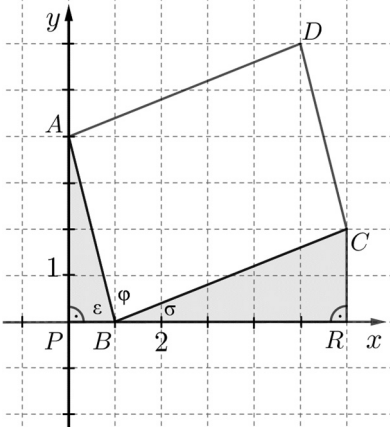
16. b) harmadik megoldás

Az AB és a DC oldalegyenesek meredeksége is -4 (például ábra alapján). Az AD és az BC oldalegyenesek meredeksége is $\frac{2}{5}$.	2 pont	
Mivel a négyszög szemközti oldalegyeneseseinek meredeksége egyenlő, ezért azok párhuzamosak, így az állítást beláttuk.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. b) negyedik megoldás		
A négyszög két átlójának felezőpontja: $F_{AC} = \left(\left(\frac{0+6}{2}; \frac{4+2}{2} \right) = (3; 3), \right.$ $F_{BD} = \left(\left(\frac{1+5}{2}; \frac{0+6}{2} \right) = (3; 3). \right.$	2 pont	
A négyszög átlóinak felezőpontja egybeesik (azaz az átlók felezik egymást), így az állítást beláttuk.	1 pont	<i>A négyszög középpontosan szimmetrikus, így az állítást beláttuk.</i>
Összesen:	3 pont	

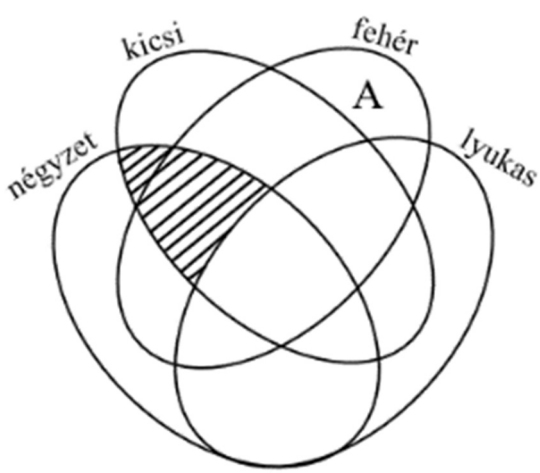
16. c) első megoldás		
 A kérdéses szöget bezáró két oldal hossza: $AB = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$, $BC = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$.	1 pont	
Az AC átló hossza: $\sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$.	1 pont	
Az ABC háromszögben a kérdéses szöget φ-vel jelölve és felírva a koszinusztételt: $\sqrt{40}^2 = \sqrt{17}^2 + \sqrt{29}^2 - 2 \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{29} \cdot \cos \varphi.$	1 pont	
$\cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{29}} (\approx 0,1351),$	2 pont	
innen $\varphi \approx 82,2^\circ$.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

16. c) második megoldás		
A kérdéses szöget bezáró két vektor koordinátái: $\vec{BA} = (-1; 4); \vec{BC} = (5; 2).$	1 pont	
A két vektor skaláris szorzata a koordinátákkal: $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = (-1) \cdot 5 + 4 \cdot 2 = 3.$	1 pont	
A két vektor hossza: $ \vec{BA} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17},$ $ \vec{BC} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}.$	1 pont	
A közbezárt szöget φ -vel jelölve a két vektor skaláris szorzata a definíció szerint: $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \sqrt{17} \cdot \sqrt{29} \cdot \cos \varphi.$	1 pont	
A felírt skaláris szorzatok egyenlők, így $\cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{29}},$	1 pont	
azaz $\varphi \approx 82,2^\circ.$	1 pont	
Összesen:	6 pont	

16. c) harmadik megoldás		
(Legyen az A pont merőleges vetülete az x tengelyen $P(0; 0)$, a C ponté pedig $R(6; 0)$. A kérdéses hegyesszöget jelölje φ, a mellett lévő két hegyesszöget pedig ε és σ.) 	1 pont	
Az APB derékszögű háromszögben: $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{4}{1},$	1 pont	
$\varepsilon \approx 76,0^\circ.$	1 pont	
Hasonlóan az BRC derékszögű háromszögben: $\operatorname{tg} \sigma = \frac{2}{5},$	1 pont	
$\sigma \approx 21,8^\circ.$	1 pont	
$\varphi = 180^\circ - \sigma - \varepsilon \approx 82,2^\circ$	1 pont	
Összesen:	6 pont	

16. d) első megoldás		
A négy csúcsot az E, F, G és H betűkkel ($4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$) 24-féleképpen betűzhetjük meg (összes eset).	1 pont	
Az E jelű csúcs 4 helyen lehet.	1 pont	E és F az egyik oldal két végpontja lehet. Ez $4 \cdot 2 = 8$ lehetőség.
Innen 2 irányban is lehet szabályosan betűzni (az irány eldöntése után a betűzés már egyértelmű),	1 pont	Mindegyik esetben csak egyféleképpen helyezkedhet el szabályosan G és H .
így a kedvező esetek száma $4 \cdot 2 = 8$.	1 pont	Tehát a kedvező esetek száma is 8.
A keresett valószínűség: $\frac{8}{24} \left(= \frac{1}{3} \right)$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

16. d) második megoldás		
Az E betű helyét valamelyik csúcsban rögzítjük.	1 pont	
Ekkor a többi betűt 3!-féleképpen helyezhetjük el. Az összes eset száma így 6.	1 pont	
Ezek közül 2 kedvező, szabályos betűzésű.	2 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{2}{6} \left(= \frac{1}{3} \right)$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. a)		
	2 pont	
Összesen:	2 pont	

17. b)		
A kicsi, szürke, nem lyukas négyzet és a kicsi, fehér, nem lyukas négyzet bekarikázása. 	2 pont	Egy jó, vagy két jó és egy rossz válasz esetén 1 pont, minden más esetben 0 pont jár.
Összesen:	2 pont	

17. c) első megoldás		
Összesen $\binom{16}{2}$ -féleképpen húzhatunk.	1 pont	
A készletben 4 darab kicsi háromszög van. Közülük $\binom{4}{2}$ -féleképpen húzhatunk kettőt (kedvező esetek száma).	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{\binom{4}{2}}{\binom{16}{2}} =$	1 pont	
$= \frac{6}{120} (= 0,05).$	1 pont	
Összesen:	4 pont	

17. c) második megoldás		
Mivel a készletben 4 darab kicsi háromszög van, ezért annak a valószínűsége, hogy az első húzott elem kicsi háromszög: $\frac{4}{16}$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy az második húzott elem is kicsi háromszög: $\frac{3}{15}$.	1 pont	
A keresett valószínűség $\frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} =$	1 pont	
$= \frac{12}{240} (= 0,05).$	1 pont	
Összesen:	4 pont	

17. d) első megoldás		
A háromszög egyik oldalának hossza: $AC = 3\sqrt{2} \approx 4,24$ (cm),	2 pont	$AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$
másik oldalának hossza: $CE = 3$ (cm),	1 pont	
a két oldal által bezárt szöge: $\angle ACE = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$.	1 pont	
$T_{ACE} = \frac{3\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sin 105^\circ}{2} \approx$	1 pont	
$\approx 6,15$ (cm ²)	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. d) második megoldás		
A négyzet és a szabályos háromszög területe együtt $3^2 + \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9 + 2,25 \cdot \sqrt{3} \approx 12,90$ (cm ²).	2 pont	
Az ABE háromszög AB -hez tartozó magassága 1,5 (cm), az ABE háromszög területe tehát 2,25 (cm ²).	1 pont	
Az ADC háromszög területe 4,5 (cm ²).	1 pont	
Tehát a kért terület: $9 + 2,25 \cdot \sqrt{3} - 2,25 - 4,5 \approx$	1 pont	
$\approx 6,15$ (cm ²).	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. e) első megoldás		
$BA = 3$ cm, $BC = 3$ cm, $BE = 3$ cm	1 pont	
Mivel a B pont egyenlő távolságra van a három csúctól, ezért a B pont az ACE háromszög körülírt körének középpontja. (Így az állítást beláttuk.)	2 pont	
Összesen:	3 pont	

17. e) második megoldás		
A háromszög körülírt körének középpontja bármely két oldalfelező merőleges metszéspontjaként is megkapható.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Az AC (átló) oldalfelező merőlegese a BD átló egyenese, így átmegy a B ponton.	1 pont	
Az EC oldal felezőmerőlegese (a BCE szabályos háromszög magasságvonala) is átmegy a B ponton. (Tehát az állítás igaz.)	1 pont	
Összesen:	3 pont	

18. a)		
(Páros számokat dobtak, és az összegük 6-nál kisebb volt, így) a két dobott szám csak a 2, 2 lehetett.	1 pont	
A nyeremény $(4 \cdot 20 + 3 \cdot 20 + 2 \cdot 20 =)$ 180 pont.	1 pont	
Andreának tehát $(180 - 60 =)$ 120 ponttal nőtt a pontszáma,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
így a játék végén $(120 + 120 =)$ 240 pontja lett.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

18. b)		
Két páratlan számot dobtak, melynek az összege legalább 6,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
így a lehetséges dobások: 1, 5 (valamilyen sorrendben); 3, 3; 3, 5 (valamilyen sorrendben); 5, 5.	2 pont	
Összesen:	3 pont	

18. c)		
Ha x ponttal fogadott az A eseményre, akkor $2x$ ponttal fogadott az E-re, és $70 - 3x$ ponttal fogadott a D eseményre.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A feladat szövege alapján: $4 \cdot x + 2 \cdot (70 - 3x) + 3 \cdot 2x = 200$.	2 pont	
$4x + 140 = 200$	1 pont	
$x = 15$, azaz Balázs 15 ponttal fogadott az A eseményre.	1 pont	
Ellenőrzés (30 ponttal fogadott az E, $70 - 45 = 25$ ponttal fogadott a D eseményre, és $4 \cdot 15 + 2 \cdot 25 + 3 \cdot 30 = 200$ valóban).	1 pont	
Összesen:	6 pont	

18. d) első megoldás		
Három kockával összesen $(6 \cdot 6 \cdot 6 =)$ 216-féleképpen dobhatunk.	1 pont	
$(5 \cdot 5 \cdot 5 =)$ 125-féleképpen dobhatunk úgy, hogy nincs 5-ös a dobásaink között.	1 pont	
$(216 - 125 =)$ 91 esetben lesz 5-ös a dobott számok között.	1 pont	
A keresett valószínűség $\frac{91}{216}$ ($\approx 0,42$).	1 pont	
Összesen:	4 pont	

18. d) második megoldás		
Annak a valószínűsége, hogy egy kockával dobva nem 5-öst dobunk: $\frac{5}{6}$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy három kockával dobva egyik dobás sem 5-ös: $\left(\frac{5}{6}\right)^3$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy három kockával dobva legalább az egyik dobás 5-ös: $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 =$	1 pont	
$= \frac{91}{216}$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

18. d) harmadik megoldás		
Annak a valószínűsége, hogy mindhárom kockával 5-öst dobunk: $\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$.	1 pont	$\frac{1}{6^3}$
Annak a valószínűsége, hogy három kockával dobva pontosan két 5-öst dobunk: $\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$.	1 pont	$\frac{\binom{3}{1} \cdot 1^2 \cdot 5}{6^3}$
Annak a valószínűsége, hogy három kockával dobva pontosan egy 5-öst dobunk: $\binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$.	1 pont	$\frac{\binom{3}{2} \cdot 1 \cdot 5^2}{6^3}$
A kért valószínűség ezek összege, azaz $\frac{91}{216}$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	