

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. október 18.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet láta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy a **hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy félösszeges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
7. A megoldásokért **jatalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , \tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont**.
11. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
12. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a száráélekben megadott helyes válasz is elfogadható.
13. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadott eltérő, **ézszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
14. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.**1.**

| | | |
|-------------------------------|---------------|--|
| $A = \{2; 3; 5; 7; 11\}$ | 1 pont | |
| $B = \{1; 2; 4; 5; 7; 8\}$ | 1 pont | |
| $A \cap B = \{2; 5; 7\}$ | 1 pont | |
| $B \setminus A = \{1; 4; 8\}$ | 1 pont | |
| Összesen: | 4 pont | |

2.

| | | |
|------------------|---------------|--|
| $(4^3 =) 64$ | 2 pont | |
| Összesen: | 2 pont | |

3.

| | | |
|------------------|---------------|--|
| $n = 10$ | 2 pont | |
| Összesen: | 2 pont | |

4.

| | | |
|---|---------------|--|
| $(0,35 \cdot 520 =) 182 \text{ (kcal)}$ | 2 pont | |
| Összesen: | 2 pont | |

5.

| | | |
|---------------------------|---------------|--------------------|
| Értékkészlet: $[-4; 5]$. | 2 pont | $-4 \leq y \leq 5$ |
| A maximum helye: -1 . | 1 pont | |
| Összesen: | 3 pont | |

6.

| | | |
|---|---------------|--|
| $\left(\frac{8 \cdot 5}{2} =\right) 20$ | 2 pont | |
| Összesen: | 2 pont | |

7.

| | | |
|------------------------------|---------------|--|
| $(x = \lg 30 \approx) 1,477$ | 2 pont | |
| Összesen: | 2 pont | |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít, akkor legfeljebb 1 pont jár.

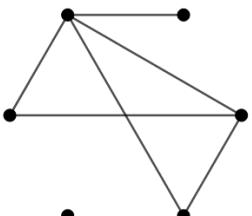
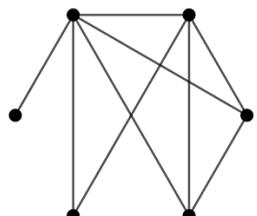
8.

| | | |
|---------------------|---------------|--|
| $\frac{3}{5} = 0,6$ | 2 pont | |
| Összesen: | 2 pont | |

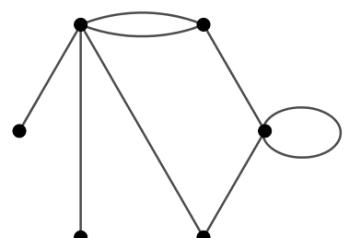
9.

Egy megfelelő gráf.

Például:



2 pont



Összesen: 2 pont

10. első megoldás

$$\beta = (180^\circ - 30^\circ - 100^\circ) = 50^\circ$$

1 pont

$$(\text{A szinusztételt felhasználva:}) \frac{a}{6} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 50^\circ},$$

1 pont

$$\text{azaz } a \approx 3,92 \text{ (cm)}.$$

1 pont

Összesen: 3 pont

10. második megoldásA c oldalhoz tartozó magasság hossza

1 pont

$$m_c = 6 \cdot \sin 30^\circ = 3 \text{ (cm)}.$$

(A magasság és az a oldal által bezárt szög 40° , így)

1 pont

a magasság által levágott derékszögű háromszögben

$$a = \frac{3}{\cos 40^\circ},$$

$$\text{azaz } a \approx 3,92 \text{ (cm)}.$$

1 pont

Összesen: 3 pont

11.

$$\text{Az adatok átlaga: } \frac{43 + 40 + 42 + 39 + 40 + 36}{6} = 40,$$

1 pont

$$\text{szórása: } \sqrt{\frac{3^2 + 0^2 + 2^2 + (-1)^2 + 0^2 + (-4)^2}{6}} =$$

1 pont

*Ez a pont akkor is jár, ha
a vizsgázó számológéppel
helyesen számol.*

$$= \sqrt{5} \approx 2,24.$$

1 pont

Összesen: 3 pont

12. első megoldás

| | | |
|--|---------------|--|
| Összesen 36 különböző dobáspár van. | 1 pont | |
| A kedvező esetek száma 4, ezek: 2-3, 3-2, 1-6, 6-1. | 1 pont | |
| A keresett valószínűség: $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ ($\approx 0,111$). | 1 pont | |
| Összesen: | 3 pont | |

12. második megoldás

| | | |
|--|---------------|--|
| A 6 pozitív osztói: 1, 2, 3, 6, így $\frac{4}{6}$ annak a valószínűsége, hogy az első dobás ezek közül lesz valamelyik. | 1 pont | |
| A vizsgált esemény szempontjából az első dobás meghatározza a másodikat (pl. ha az első dobás 1 volt, akkor a másodiknak 6-nak kell lennie), így a második dobás $\frac{1}{6}$ valószínűséggel lesz megfelelő, | 1 pont | |
| a kérdéses valószínűség a fenti két valószínűség szorzata, azaz $\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{36}$. | 1 pont | |
| Összesen: | 3 pont | |

II. A**13. a)**

| | | |
|--|--------|---------------------------|
| $\frac{3x}{6} + \frac{2x-2}{6} = 8$ | 1 pont | $3x + 2(x-1) = 8 \cdot 6$ |
| $5x - 2 = 48$ | 1 pont | |
| $x = 10$ | 1 pont | |
| Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra való hivatkozással. | 1 pont | |
| Összesen: 4 pont | | |

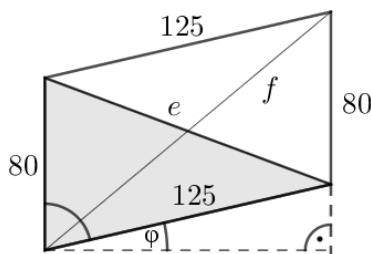
13. b)

| | | |
|--|--------|---|
| Jelölje x a kisebb számot. $x^2 + (x+1)^2 = 10\,513$ | 1 pont | |
| $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 10\,513$ | 1 pont | |
| $2x^2 + 2x - 10\,512 = 0$ | 1 pont | |
| $x_1 = 72, x_2 = -73$ | 2 pont | |
| A két szám lehet a 72 és a 73, vagy a -73 és a -72. | 1 pont | |
| Ellenőrzés: $72^2 + 73^2 = 10\,513, (-73)^2 + (-72)^2 = 10\,513.$ | 1 pont | <i>Ez a pont akkor is jár, ha csak egy megoldást talál és ellenőriz a vizsgázó.</i> |
| Összesen: 8 pont | | |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó próbálgatással találja meg a megoldásokat, akkor ezekért 1-1 pontot kapjon. Az ellenőrzésért további 1 pont jár. Ha megfelelően indokolja, hogy miért nem lehet több megoldása a feladatnak, akkor a teljes pontszámot kapja meg.

14. a)

| | | |
|---|--------|--|
| | 2 pont | |
| Az ABT háromszögben $\cos \varphi = \frac{115}{125} = 0,92$. | | |
| A kért kerekítéssel $\varphi = 23^\circ$ valóban. | 1 pont | |
| Összesen: 3 pont | | |

14. b) első megoldás

1 pont

A paralelogramma φ melletti szöge
 $90^\circ - 23^\circ = 67^\circ$.

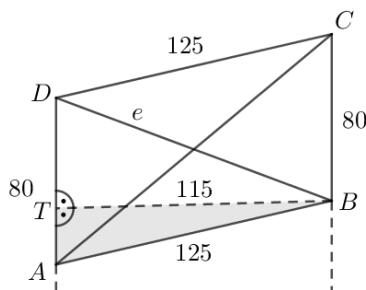
Koszinusz-tétellel (az ábra szürke háromszögében):

$$e^2 = 125^2 + 80^2 - 2 \cdot 125 \cdot 80 \cdot \cos 67^\circ,$$

amiből $e \approx 119$ cm.

1 pont

2 pont

Összesen: 4 pont**14. b) második megoldás**

2 pont

$$AT = 125 \cdot \sin 23^\circ \approx 49 \text{ (cm)}$$

Az ABT derékszögű háromszögben (a Pitagorasz-tétellel) $AT = \sqrt{125^2 - 115^2} \approx 49$ (cm).

Ekkor $TD = 80 - 49 = 31$ (cm),

1 pont

amiből (a BDT derékszögű háromszögben a Pitagorasz-tétellel:) $e = \sqrt{31^2 + 115^2} \approx 119$ cm.

1 pont

Összesen: 4 pont**14. c) első megoldás**

$$T = 80 \cdot 115 =$$

1 pont

$$T = 125 \cdot 80 \cdot \sin(90^\circ - \varphi) = \\ = 125 \cdot 80 \cdot \sin 67^\circ \approx$$

$$= 9200 \text{ cm}^2$$

1 pont

$$\approx 9205 \text{ cm}^2$$

Mivel $1 \text{ m}^2 = 10 000 \text{ cm}^2$, így az állítás igaz.

1 pont

Összesen: 3 pont**14. c) második megoldás**

A paralelogramma egyik oldalának hossza 0,8 m, a hozzá tartozó magasság hossza 1,15 m.

1 pont

$$T = 0,8 \cdot 1,15 =$$

1 pont

$= 0,92 \text{ m}^2$, így az állítás igaz.

1 pont

Összesen: 3 pont

15. a)

| | | |
|--|---------------|--|
| (Fél év után) 18 hónapon át havonta 1,05-szorosára változik az árbevétele, | 1 pont | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| $\text{így } 300\ 000 \cdot 1,05^{18} \approx$ | 1 pont | |
| $\approx 720\ 000$ Ft árbevétele lesz a 24. hónapban. | 1 pont | |
| Az első félévben ($6 \cdot 300\ 000 =$) $1\ 800\ 000$ (Ft) árbevétele lesz. | 1 pont | |
| Az utána következő 18 hónapos időszakban a bevétele egy olyan mértani sorozat első 18 tagjának összege, melyben az első tag $300\ 000 \cdot 1,05 = 315\ 000$ és a hányados 1,05. | 1 pont | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| $S_{18} = 315\ 000 \cdot \frac{1,05^{18} - 1}{1,05 - 1} \approx$ | 1 pont | |
| $\approx 8\ 861\ 701$ (Ft) | 1 pont | |
| Összesen $1\ 800\ 000 + 8\ 861\ 701 (= 10\ 661\ 701)$, | 1 pont | |
| azaz a kért kerekítéssel $10\ 660\ 000$ Ft a tervezett árbevétele az első két év alatt. | 1 pont | |
| Összesen: | 9 pont | |

Megjegyzések:

1. A válaszok megadása során elkövetett kerekítési hibáért összesen legfeljebb 1 pontot veszítsen a vizsgázó.
2. A mértékegység hiánya miatt összesen legfeljebb 1 pontot veszítsen a vizsgázó.

15. b)

| | | |
|--|---------------|--|
| Ha András vezet, akkor Cili mellette ül, és hátul a többiek $3! = 6$ -féleképpen ülhetnek. | 1 pont | |
| Ha Dóra vezet, akkor (a megadott feltétel miatt) András, Cili és a harmadik ember hátul 4-féleképpen ülhet. (A lehetőségek: _AC, _CA, AC_, CA_.) | 1 pont | |
| Bármelyik esetben a fennmaradó két helyen Balázs és Endre 2-féleképpen ülhet, | 1 pont | |
| ez így ($4 \cdot 2 =$) 8 lehetőség. | 1 pont | |
| Összesen tehát ($6 + 8 =$) 14-féle ülésrendben utazhatnak az autóval. | 1 pont | |
| Összesen: | 5 pont | |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó rendszerezetten felsorolja a lehetséges ülésrendeket, és ez alapján helyes választ ad, akkor a teljes pontszám jár.

II. B**16. a)**

| | | |
|---|---------------|---|
| A hiányzó jegyek rendre: 4, 4, 2, 3. | 2 pont | <i>I hiba esetén 1 pont, 1-nél több hiba esetén 0 pont jár.</i> |
| (A 9 jegyből 1 db 2-es, 1 db 3-as, 3 db 4-es és 4 db 5-ös.) Az osztályzatokhoz tartozó középponti szögek: 2-es: 40° , 3-as: 40° , 4-es: 120° , 5-ös: 160° . | 1 pont | |
| | 2 pont | <i>1 pont jár a helyesen ábrázolt középponti szögekért, 1 pont jár a megfelelő jelmagyarázáért.</i> |
| Összesen: | 5 pont | |

16. b) első megoldás

| | | |
|---|---------------|--|
| Ha x fő vett részt minden programon, akkor 13 - x fő volt színházban és moziban, de nem kirándult, 12 - x fő kirándult és volt színházban, de moziban nem, 10 - x fő kirándult és volt moziban, de színházban nem. | 2 pont | |
| A feltétel szerint: $4 + (13 - x) + (12 - x) + (10 - x) + x = 33.$ | 2 pont | |
| $39 - 2x = 33$ | 1 pont | |
| $x = 3$ (azaz 3 diák vett részt minden programon) | 1 pont | |
| Ellenőrzés: | 1 pont | |
| $10 + 3 + 9 + 7 + 4 = 33$ | 7 pont | |

Megjegyzés: Ha a vizsgázó válaszát egy helyesen kitöltött Venn-diagram alapján, de indoklás nélkül adja meg, akkor ezért legfeljebb 4 pontot kaphat.

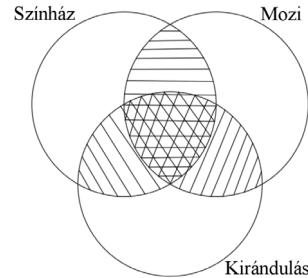
16. b) második megoldás

(33 – 4 =) 29 fő vett részt legalább két programon.

1 pont

A $13 + 12 + 10$ összeg ennél annyival több, hogy ebben egy helyett háromszor számoltuk azokat, akik mindhárom programon részt vettek,

2 pont

így ezek száma $(13 + 12 + 10 - 29) : 2$,

2 pont

tehát 3 diák vett részt minden programon.

1 pont

Ellenőrzés.

1 pont

Összesen:**7 pont****16. c) első megoldás**

(Az egymás utáni sorokban lévő székek száma számtani sorozatot alkot.)

1 pont

A tizedik és a hatodik sorban lévő székek számának különbsége 8,

így $(8 : 4 =) 2$ a sorozat differenciája.

1 pont

A sorozat első tagja $(26 - 5 \cdot 2 =) 16$.

1 pont

$$S_{15} = \frac{2 \cdot 16 + 14 \cdot 2}{2} \cdot 15 =$$

$$1 \text{ pont}$$

$$a_{15} = 44, \\ S_{15} = \frac{16 + 44}{2} \cdot 15 =$$

= 450 szék van a nézőtéren.

1 pont

Összesen:**5 pont****16. c) második megoldás**

(Az egymás utáni sorokban lévő székek száma számtani sorozatot alkot.) A számtani sorozat tulajdonságai

2 pont

$$\text{miatt egyfelől } a_8 = \frac{a_6 + a_{10}}{2} = 30,$$

$$\text{másfelől } S_{15} = 15 \cdot a_8.$$

2 pont

Azaz 450 szék van a nézőtéren.

1 pont

Összesen:**5 pont**

17. a) első megoldás

Egy nagy henger alapkörének sugara 10 cm, így térfogata: $V = 10^2 \pi \cdot 25 = 2500\pi (\approx 7854 \text{ cm}^3)$.

1 pont

A ceruzabél sugara 0,1 cm, centiméterben mért hosszúságát jelöljük h -val.
Ekkor a térfogata cm^3 -ben: $V_{\text{ceruzabél}} = 0,1^2 \cdot \pi \cdot h$.

1 pont

(A két térfogat egyenlő, azaz) $0,1^2 \cdot \pi \cdot h = 2500 \cdot \pi$.

1 pont

Ebből $h = 250 000 \text{ cm}$,

1 pont

azaz 2500 méter hosszú ceruzabél készül egy hengerből.

1 pont

Összesen: **6 pont****17. a) második megoldás**

Mivel a ceruzabél alapkörének átmérője 100-adrésze a nagy henger átmérőjének, így alapkörének területe a nagy henger alapköre területének tíizezred része.
(A két kör hasonló, és a hasonló síkidomok területének aránya a hasonlóság arányának a négyzete.)

3 pont

Így (a térfogat-megmaradás miatt) a ceruzabél magassága (hossza) $25 \cdot 10 000 = 250 000 \text{ cm}$,

2 pont

azaz 2500 méter.

1 pont

Összesen: **6 pont****17. b)**A nők számát jelölje $3x$, a férfiakét $2x$.

1 pont

Ha a nők számát n , a férfiak számát pedig f jelöli, akkor egyrészt $\frac{n}{f} = \frac{3}{2}$,

A feltétel szerint $\frac{3x+5}{2x+6} = \frac{4}{3}$.

1 pont

másrészt $\frac{n+5}{f+6} = \frac{4}{3}$.

 $9x + 15 = 8x + 24$

1 pont

 $3 \cdot 1,5f + 15 = 4f + 24$ $x = 9$

1 pont

*Ebből $f = 18$,*Jelenleg $3 \cdot 9 = 27$ nő és $2 \cdot 9 = 18$ férfi dolgozik a gyárban.

1 pont

és $n = 27$.

Ellenőrzés a szöveg alapján:

1 pont

 $27 : 18 = 3 : 2$, $(27 + 5) : (18 + 6) = 4 : 3$.**Összesen:** **6 pont**

17. c)

| | | |
|--|---------------|--|
| Annak a valószínűsége, hogy egy ceruzának nem törik ki a hegye, ha leesik az asztalról 0,8. | 1 pont | <i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i> |
| Annak a valószínűsége, hogy egyik ceruzának sem törik ki a hegye $0,8^{12} \approx 0,069$. | 1 pont | |
| Annak a valószínűsége, hogy pontosan egy ceruzának törik ki a hegye $\binom{12}{1} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^{11} \approx 0,206$. | 2 pont | |
| A keresett valószínűség kb. $0,069 + 0,206 = 0,275$. | 1 pont | |
| Összesen: | 5 pont | |

18. a) első megoldás

| | | |
|---|---------------|---|
| ($36 - 24 =$) 12 kék színű sokszög van az asztalon. | 2 pont | ($36 - 27 =$) 9 négyszög van az asztalon. |
| Mivel 5 kék négyszög van, így ($12 - 5 =$) 7 kék háromszög, | 1 pont | Mivel 5 kék négyszög van, így ($9 - 5 =$) 4 piros négyszög, |
| és ($27 - 7 =$) 20 piros háromszög van az asztalon. | 1 pont | és ($24 - 4 =$) 20 piros háromszög van az asztalon. |
| Összesen: | 4 pont | |

Megjegyzés: Az asztalon 4 piros és 5 kék négyszög, valamint 20 piros és 7 kék háromszög van.

18. a) második megoldás

| | | | | | | | | | | | |
|---|---------------|-----------|----------|-------|-----|-----|-----|-----|---|--------|--|
| Az ismeretleneket táblázatba rendezve: | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr> <td></td><td>háromszög</td><td>négyszög</td></tr> <tr> <td>piros</td><td>x</td><td>y</td></tr> <tr> <td>kék</td><td>z</td><td>5</td></tr> </table> | | háromszög | négyszög | piros | x | y | kék | z | 5 | 1 pont | |
| | háromszög | négyszög | | | | | | | | | |
| piros | x | y | | | | | | | | | |
| kék | z | 5 | | | | | | | | | |
| A feladat szövege szerint $x + y + z = 31$. | 1 pont | | | | | | | | | | |
| Mivel $x + y = 24$, így $z = 7$ kék háromszög, | 1 pont | | | | | | | | | | |
| és mivel $x + z = 27$, így $x = 20$ piros háromszög van az asztalon. | 1 pont | | | | | | | | | | |
| Összesen: | 4 pont | | | | | | | | | | |

18. b)

(Ha nem számít a kiválasztás sorrendje, akkor) összesen $\binom{36}{2}$ -féleképpen választhatunk ki két alakzatot.

1 pont

Ha számítjuk a sorrendet, akkor összesen $36 \cdot 35$ -féleképpen választhatunk.

A kedvező esetek száma $\binom{27}{2}$.

1 pont

A kedvező esetek száma $27 \cdot 26$.

$$\text{A keresett valószínűség } \frac{\binom{27}{2}}{\binom{36}{2}} =$$

1 pont

$$\text{A keresett valószínűség } \frac{27 \cdot 26}{36 \cdot 35} =$$

$$= \frac{351}{630} \left(= \frac{39}{70} \right) \approx 0,557.$$

1 pont

Összesen: 4 pont**18. c)**

$$|AC| = \sqrt{(6-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{50} \text{ és}$$

2 pont

$$|BC| = \sqrt{(5-6)^2 + (0-7)^2} = \sqrt{50},$$

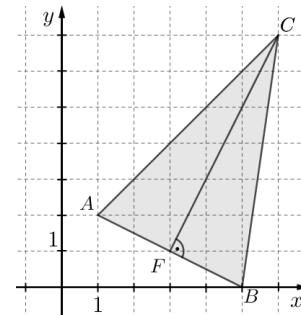
így a háromszög AC és BC oldala egyenlő hosszú, tehát a háromszög valóban egyenlő szárú.

1 pont

Összesen: 3 pont**18. d) első megoldás**

$$\text{Az } AB \text{ oldal felezőpontja } F\left(\frac{1+5}{2}; \frac{2+0}{2}\right) = (3; 1).$$

2 pont



Az ábráról leolvashatunk $F(3; 1)$.

$$\text{Az } AB \text{ oldal hossza } |\vec{AB}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} (\approx 4,47).$$

1 pont

$$\text{Az } FC \text{ magasság hossza } |\vec{FC}| = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} (\approx 6,71).$$

1 pont

$$\text{Az } ABC \text{ háromszög területe } T = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{45}}{2} =$$

1 pont

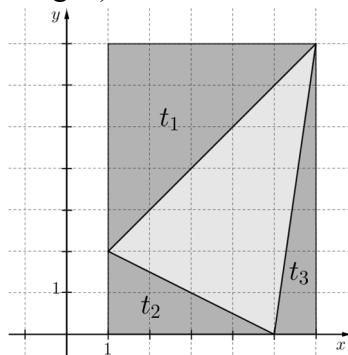
$$= 15 \text{ (területegység)}.$$

1 pont

Összesen: 6 pont

18. d) második megoldás

(A háromszöget egy téglalapba foglaljuk. A téglalap területéből levonjuk a három derékszögű háromszög területének összegét.)



1 pont

A téglalap területe ($5 \cdot 7 =$) 35,

1 pont

$$\text{a derékszögű háromszögek területe: } t_1 = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5, \\ t_2 = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4, \quad t_3 = \frac{1 \cdot 7}{2} = 3,5 \text{ (területegység).}$$

2 pont

*I hiba esetén 1 pont,
1-nél több hiba esetén
0 pont jár.*

$$\text{Az } ABC \text{ háromszög területe: } 35 - (12,5 + 4 + 3,5) = \\ = 15 \text{ (területegység).}$$

1 pont

1 pont

Összesen:**6 pont****18. d) harmadik megoldás**

$$\text{Az } AB \text{ oldal hossza } \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} (= 2\sqrt{5}).$$

1 pont

A háromszög területét Hérón-képlettel számoljuk ki.

A BC és AC oldalak hossza $\sqrt{50}$, így a kerület fele:

$$s = \frac{\sqrt{50} + \sqrt{50} + \sqrt{20}}{2} = \sqrt{50} + \sqrt{5} (\approx 9,31).$$

2 pont

$$T = \sqrt{(\sqrt{50} + \sqrt{5})(\sqrt{50} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} =$$

2 pont

 $\approx \sqrt{9,31 \cdot 4,83 \cdot 2,24 \cdot 2,24}$

$$(\sqrt{45 \cdot 5}) = 15 \text{ (területegység).}$$

1 pont

Összesen:**6 pont**

Megjegyzés: Ha a vizsgázó közelítő értékekkel helyesen számol, akkor maximális pontszámot kapjon.