

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért
II. A rész	13.	12	
	14.	12	
	15.	12	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat	
		70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma		100

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2023. május 9.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2023. május 9. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. A Gömbvarázs desszert dobozának alakja szabályos hatszög alapú hasáb, melynek minden alapéle 5 cm, magassága pedig 3 cm hosszú. A desszert hat csokigömböt tartalmaz. Mindegyik csokigömb átmérője 2,8 cm.

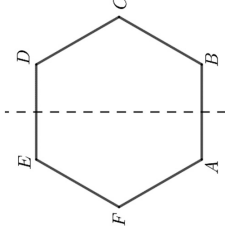
a) Hány százaléka a hat csokigömb térfogata a doboz térfogatának?

A Gömbvarázs desszertbe kertülő csokigömböket aranyszínű vagy piros papírba csomagolják. Az adagológép véletlenszerűen, egyesével ejt $\frac{1}{3}$ valószínűséggel piros, $\frac{2}{3}$ valószínűséggel pedig aranyszínű gömböt a dobozokba, mindegyikbe összesen hatot.

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az egy dobozba kertülő hat gömb közül legalább öt aranyszínű!

Az $ABCDEF$ szabályos hatszög minden oldala 5 cm hosszú.
A hatszöget megforgatjuk az AB oldal felezőmerőlegese körül.

c) Számítsa ki az így keletkező forgástest felszínét!



a)	7 pont
b)	5 pont
c)	5 pont
Ö.:	17 pont

Fontos tudnivalók

- A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. A **nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

- A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
- A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!
- A gondolatmenet kifejtése során a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de *alkalmazhatóságot röviden indokolnia kell*.

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számokat leírtuk egy lapra. Két különböző számot pontosan akkor kötünk össze egy vonallal (éllel), ha az egyik szám osztója a másiknak (de egyik számot sem kötjük össze önmagával). Így egy hatpontú gráfot kapunk.



- a) Rajzolja fel a kapott gráfot!
- b) Adja meg az alábbi két állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszeit indokolja!
 - I. Van olyan pozitív egész szám, amelynek 4 darab pozitív osztója van.
 - II. Ha az n egész szám nem osztója az m egész számnak, akkor n és m relatív prímek.

Tekintsük az alábbi két eseményt.

- A: Egy szabályos dobókockával egyszer dobva a dobott szám osztója a 24-nek.
- B: Egy szabályos dobókockával kétszer dobva egyik dobás sem 6-os.

- c) Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége?

a)	3 pont
b)	4 pont
c)	5 pont
Ö.:	12 pont

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A 2018-as esztendőben az A kisüzem 500 millió forint, a B kisüzem 400 millió forint értékű terméket állított elő. A hosszú távú fejlesztési tervek szerint az A üzem évi 5%-kal, a B üzem évi 6%-kal növeli a termelési értékét.

- a) Számítsa ki, hogy a tervek szerint a következő 20 év alatt (2019-től 2038-ig) összesen hány millió forint értékű terméket állítanak elő az A üzemben!

Egy gazdasággal foglalkozó portálon nyilvánosságra hozták a fenti terveket. A cikkhez kapcsolódó fórumon vita bontakozott ki. Az egyik hozzászóló szerint a következő időszakban évről évre egyre kisebb lesz a két üzem éves termelési értéke közötti különbség.

- b) Számítsa ki a megadott táblázat hiányzó adatait, és igazolja, hogy ez a kijelentés nem igaz!

	2018	2019	2020	2021
A üzem termelésének értéke (millió Ft)	500			
B üzem termelésének értéke (millió Ft)	400			

A vitafórum egy másik résztvevője szerint éppen ellenkezőleg: a két üzem éves termelési értéke közötti különbség az évek múlásával egyre nagyobb lesz, és a B üzem termelési értéke soha nem fogja meghaladni az A üzem termelési értékét. Egy harmadik hozzászóló szerint ez sem igaz.

- c) Számítsa ki, hogy melyik évben éri utol a B üzem termelésének értéke az A üzem termelésének értékét! (Feltételezzük, hogy a termelések értéke valóban a tervek szerint alakul.)

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	7 pont	
Ö.::	17 pont	

14. Fizikaórán egy lejtőn lecsúszó test gyorsulását vizsgálták pármunkában a tanulók. A hat mérőpár mindegyike négy mérést végzett.
Az Emma-Norbi mérőpár négy mérésének eredménye:

gyorsulás (m/s ²)	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés
	1,9	2,0	1,8	2,3

a) Számítsa ki Emma és Norbi négy mérésének a szórását!

A másik öt mérőpár 20 mérésének átlaga pontosan 1,9 m/s² lett.

b) Mennyi a hat mérőpár 24 mérésének átlaga? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Egy másik mérés alkalmával a tanulók a talaj színjéről függőlegesen felflőtt, majd a talajra visszahulló golyó mozgását vizsgálták. Méréseik szerint a golyó talajtól mért h távolsága a következő összefüggésben van a felflövés pillanatától eltelt t idővel:

$h(t) = 6t - 5t^2$. (Az időt másodpercben, a távolságot méterben mérjük.)

c) A képlet alapján hány méterre van a talajtól a golyó a felflövéstől számított 0,5 másodperc elteltével?

d) A felflövéstől számítva hány másodperc elteltével lesz a golyó a talaj fölélt 1 méter magasságban?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Oldja meg az alábbi két egyenletet a valós számok halmazán!

a) $2 \cdot \sqrt{3-x} = x + 5$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1} = 2$

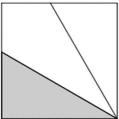
Egy számtani sorozat első tagja 18. A sorozat első hat tagjának összege egyenlő a sorozat első hét tagjának összegével.

c) Mutassa meg, hogy a sorozat első tizenhárom tagjának az összege 0, és számítsa ki a sorozat tizenharmadik tagját!

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

15. Egy 4 cm oldalú négyzetbe két olyan szakaszt húzunk, amelyek az egyik csúcsnál lévő derékszöveget harmadolják.

a) Mekkora az így keletkező, az ábrán szürkére színezett háromszög területe?

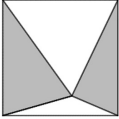


Jelöljük ki egy ugyanekkora négyzetnek egy belső pontját, és a pontot kös-sük össze a négyzet csúcsaival az ábrán látható módon. A keletkező három-szögek belsejét kiszínezzük kék, zöld vagy sárga színnel. Mindhárom színt felhasználjuk, és minden háromszöget csak egy színnel színezzük. Az ol-dalukkal egymáshoz csatlakozó háromszögek nem lehetnek azonos szí-nűek.

b) Hányféleképpen színezzhető ki a négyzet a feltételeknek megfelelően?

Tekintsük a 4 cm oldalú négyzetbe rajzolt háromszögek közül a két-két szemközti háromszög területének összegét.

c) Igazolja, hogy ez a két területösszeg egyenlő, azaz az ábrán látható szürke terület ugyanakkora, mint a fehér terület!



a)	4 pont
b)	4 pont
c)	4 pont
Ö.:	12 pont