

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért
II. A rész	13.	11	
	14.	13	
	15.	12	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat	
		70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2023. május 9.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2023. május 9. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

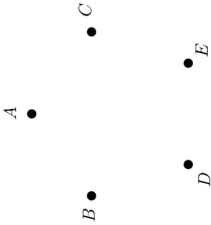
a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. A vázlatos ábra egy szántóföld felosztását mutatja az öt tulajdonos között. Szeretnénk elkészíteni a szántóföldhöz tartozó *szomszédsági gráfot*, amelyben két csúcs pontosan akkor van összekötve éllel, ha a két csúcs által jelölt földterület szomszédos. (Két földterület szomszédos, ha van közös határolószakasza.)

A	
B	C
D	E

a) Rajzolja fel ehhez a szántóföldhöz a szomszédsági gráfot!



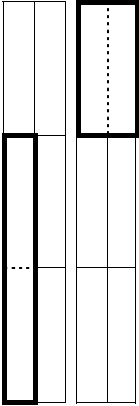
A *négyyszögöl* a mai napig használt (nem hivatalos) mértékegység a telkek, szántóföldek területének mérésére. 1 négyyszögöl egyenlő az 1 *öl* oldalhosszúságú négyzet területével. Tudjuk, hogy egy hektár (10 000 m²) kb. 2780 négyyszögöl.

b) Számítsa ki, hogy egy öl hány méter!

Egy falu vezetése úgy dönt, hogy a falu határában egy sík területet felparcelláznak 12 egyforma telkekre, és ezen a területen a faluban leteleplő fiatal családoknak jelképes, 1 Ft-os áron adnak el 1-1 telket. Az akcióra végül 14 család jelentkezik (köztük a Kovács és a Szabó család), ezért a 14 család közül sorsolják ki a 12 nyertest.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a Kovács és a Szabó család is a nyertesek között lesz!

Az alábbi ábra vázlatosan mutatja a 12 egybevágó, téglalap alakú telek elhelyezkedését. Végül a nyertesek közé bekerült két, egymással jó viszonyban lévő család, akik úgy döntöttek, hogy két szomszédos telket vesznek meg, és a két telek köré úgy építenek kerítést, hogy a két telket nem választják el egymástól kerítéssel. Tudjuk, hogy ha a két szomszédos telek a rövidebb oldalával csatlakozik egymáshoz, akkor 228 méter kerítésre, ha a hosszabb oldalal csatlakozik egymáshoz, akkor 156 méter kerítésre lesz szükségük összesen. (Az ábrán vastag vonallal jelöltük a kerítést a két esetben.)



d) Mekkora egy telek területe?

Fontos tudnivalók

- A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő letelével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. A **nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

- A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédanyag használata tilos!
- A **megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!
- A gondolatmenet kifejtése során a **zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, nl , $\left(\frac{n}{k}\right)$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.****

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságot röviden indokolnia kell.*

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Adott a valós számok halmazán értelmezett f függvény: $x \mapsto (x+3)^2 - 2,25$.
- a) Mit rendel az f függvény az $x = 1$ -hez?
 - b) Adja meg az f függvény zérushelyeit!
 - c) Az alábbi mondatban húzza alá a megfelelő szót (maximuma vagy minimuma), és egészítse ki a mondatot a pontozott helyeken a hiányzó számokkal úgy, hogy igaz állítást kapjon!

Az f függvénynek az $x = \dots\dots$ helyen

maximuma
minimuma

van, melynek értéke $\dots\dots$.
 - d) Adja meg az alábbi állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!
Az f függvény értékkészlete a valós számok halmaza.

a)	2 pont
b)	4 pont
c)	3 pont
d)	2 pont
Ö.::	11 pont

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az $ABCD$ trapéz AB alapja 24 cm, a többi oldala 12 cm hosszú.

- a) Igazolja, hogy a trapéz A csúcsánál lévő belső szög 60° -os!
- b) Számítsa ki a BD átló hosszát!

A trapézt megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.

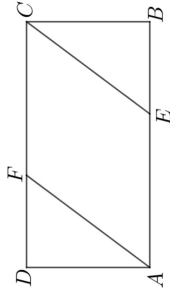
- c) Számítsa ki a keletkező forgástest térfogatát!

Egy trapéz alakú területre szőlőt telepítettek, az első sorba 120 szőlőtőkét, az utolsóba 240-et. A második sortól kezdve minden sorba ugyanannyival több szőlőtőke került, mint az előzőbe. Összesen 7380 darab szőlőtőkét ültettek el.

- d) Az első 20 sorba kizárólag olaszrizlingtőke került, és máshova ebből a fajtából nem ültettek. Számítsa ki a telepített olaszrizlingtőkék számát!

a)	3 pont
b)	3 pont
c)	4 pont
d)	7 pont
Ö.:	17 pont

14. Az $ABCD$ téglalap AB oldalának hossza 12 cm, a BC oldal hossza 6 cm. A téglalapba az $AECF$ rombuszt írjuk az ábrán látható módon (E az AB oldal, F a CD oldal egy pontja).



- a) Igazolja, hogy a rombusz oldalainak hossza 7,5 cm!
- b) Számítsa ki a rombusz belső szögeinek nagyságát!
- c) Hány százaléka a rombusz területe a téglalap területének?

a)	5 pont
b)	4 pont
c)	4 pont
Ö.:	13 pont

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A középszintű matematika érettségi vizsgán minden vizsgázó pontosan két feladatot választ a 16-17-18. feladatok közül. Az egyik 24 fős érettségiző csoportban a vizsgázók 75%-a választotta a 16-os, 62,5%-a pedig a 17-es feladatot.

a) A csoportban a vizsgázók hány százaléka választotta a 18-as feladatot?

A csoportban az alábbi osztályzatok születtek a matematika középszintű vizsgán.

Osztályzat	1	2	3	4	5
Darabszám	0	2	9	6	7

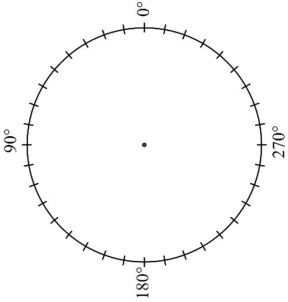
b) Számítsa ki az osztályzatok átlagát ebben a csoportban!

c) Adja meg az osztályzatok móduszát, mediánját és terjedelmét ebben a csoportban!

d) Ábrázolja kördiagramon az osztályzatok eloszlását ebben a csoportban!

Az érettségi elnök a javítások átnézése céljából a fenti 24 matematikadolgozat közül ki-választ nyolcat úgy, hogy 2-esből, 3-asból, 4-esből és 5-ösből is pontosan kettő szerepel-jen a kiválasztottak között.

e) Hányféleképpen választhat ki ilyen módon nyolc dolgot?



a)	4 pont
b)	2 pont
c)	3 pont
d)	4 pont
e)	4 pont
Ö.:	17 pont

- 15.** Az ENSZ felmérése szerint a Föld népessége 8 milliárd fő volt 2022 végén.¹ A Földön a népességnövekedés mértéke jelenleg körülbelül évi 1%.
- a) Hány fő élne 2100 végén a Földön, ha addig folyamatosan évi 1% lenne a népesség-növekedés?
 - b) Melyik évben érné el a 12 milliárd főt a Föld népessége évi 1%-os növekedés mel-lett?
- Az ENSZ becslése szerint 2100 végére 10,35 milliárd fő lesz a Föld népessége.
- c) 2022 végétől kezdve évente hány százalékkal kellene növekednie a népességnek ennek eléréséhez, ha minden évben ugyanannyi százalékkal nőne a népesség?

a)	3 pont
b)	5 pont
c)	4 pont
Ö.:	12 pont

¹ forrás: https://www.ksh.hu/interaktiv/grafikonok/vilag_nepessege.html (utolsó letöltés dátuma: 2023.01.31.)