ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. május 7.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket.**
   - helyes lépés: *kipipálás*
   - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
   - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
   - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott* vagy *áthúzott kipipálás*
   - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
   - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha az útmutatóban egy **megjegyzés** zárójelben szerepel**,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. **Mértékegység hiánya esetén** csak akkor jár pontlevonás, ha a hiányzó mértékegység válaszban vagy mértékegység-átváltásban szerepel (zárójel nélkül).
7. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
10. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
11. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
12. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
13. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
14. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
15. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

1.		
1; 2; 4; 7; 14; 28	2 pont	*6 helyes és 1 helytelen, illetve 4 vagy 5 helyes és 0 helytelen osztó esetén 1 pont jár. Más esetben nem jár pont.*
Összesen:	**2 pont**	

2.		
$(6\cdot 180° =)$ 1080°	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
($8=2^3$, tehát $3\cdot 10=$) 30 nap alatt.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

4.		
Az átlag $\left(\frac{6\cdot 41+7\cdot 42+9\cdot 43+3\cdot 44}{25}=\right)$ 42,36.	2 pont	
A módusz 43.	1 pont	
A medián 42.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

5.		
$\left(\binom{16}{2}=\right)120$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

6.		
$\overrightarrow{CB}=\mathbf{p}-\mathbf{q}$	1 pont	
$\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}(\mathbf{p}-\mathbf{q})$	1 pont	
$\overrightarrow{BA}=-\mathbf{p}$	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

7.		
A tabletták tömege összesen 166 – 24,7 = 141,3 (g),	1 pont	
ezért 141,3 : 1,57 =	1 pont	
= 90 tablettát tartalmaz a teli doboz.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

18. b) első megoldás		
Az első tanuló 16 helyre ülhet, a következő tanuló nem ülhet mellé, így ő 14 helyre ülhet, és így tovább.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Az összes lehetséges ülésrend száma így $16\cdot 14\cdot 12\cdot\ldots\cdot 2=$	2 pont	
= 10 321 920.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

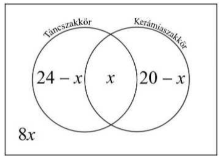
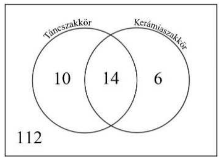
18. b) második megoldás		
8! (= 40 320)-féleképpen választható ki, hogy melyik diák melyik padban üljön.	1 pont	
Minden diák a padjában két hely közül választhat. A 8 diák esetén ez összesen $2^8 (=256)$ lehetőség.	2 pont	
Az összes lehetséges ülésrend száma így $2^8\cdot 8!=256\cdot 40320=10\,321\,920$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

18. c)		
A 14 tanulóból 3-at (a sorrendre való tekintet nélkül) $\binom{14}{3}$(= 364)-féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma).	1 pont	*A sorrendet is figyelembe véve:* $14\cdot 13\cdot 12$
A 6 kerámiaszakkörre járó tanuló közül 2-t $\binom{6}{2}$(= 15)-féleképpen,	1 pont	$6\cdot 5$
a maradék 8 tanuló közül 1-et 8-féleképpen lehet kiválasztani.	1 pont	
A kedvező esetek száma $\binom{6}{2}\cdot 8$.	1 pont	$6\cdot 5\cdot 8\cdot 3$
A keresett valószínűség: $\frac{\binom{6}{2}\cdot 8}{\binom{14}{3}}=\frac{120}{364}\approx 0{,}33$.	2 pont	$\frac{6\cdot 5\cdot 8\cdot 3}{14\cdot 13\cdot 12}=\frac{720}{2184}$
Összesen:	**6 pont**	

17. c) **első megoldás**		
A lehetséges bejárási tervek: *BCDBAD*; *BCDABD*; *BDCBAD*; *BDABCD*; *BADBCD*; *BADCBD*.	3 pont	*4 vagy 5 helyes bejárási terv megadása esetén 2 pont, 3 helyes bejárás megadása esetén 1 pont jár, 3-nál kevesebb esetén nem jár pont. Hibás bejárási terv írása esetén összesen 1 pont levonás jár.*
Összesen tehát 6 megfelelő bejárási terv létezik.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

17. c) **második megoldás**		
A B csúcsból a D csúcsba három különböző útvonalon juthatunk el (ebből kettő 2 élen halad végig, egy pedig csak 1-en).	1 pont	
Ezután D-ből két útvonalon mehetünk vissza B-be,	1 pont	
majd onnan újra vissza a D csúcsba már csak egy „választásunk” marad.	1 pont	
Összesen tehát $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ megfelelő bejárási terv létezik.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

17. d)		
(1) igaz (2) hamis (3) igaz	2 pont	*2 vagy 3 jó válasz esetén 2 pont, 1 jó válasz esetén 1 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

18. a)		
Azoknak a tanulóknak a számát, akik mindkét szakkörre járnak, jelölje x. Ekkor $8x$ tanuló nem jár egyik szakkörre sem.	1 pont	
Csak táncszakkörre $24 - x$, csak kerámiaszakkörre $20 - x$ tanuló jár.	1 pont	
A feladat szövege alapján $24 - x + 20 - x + x + 8x = 142$.	1 pont	$24 + 20 - x + 8x = 142$
$x = 14$	1 pont	
10 fő jár csak táncszakkörre,	1 pont	
6 fő jár csak kerámiaszakköre.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: $10 + 6 + 14 + 8 \cdot 14 = 142$.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

8.		
Az állítás megfordítása: *Ha két szám összege páros, akkor a két szám szorzata páratlan.*	1 pont	
A megfordított állítás hamis.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
($1{,}06^3 \approx 1{,}191$, azaz) kb. 19,1%-kal nő.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

10.		
($2 = \frac{2}{3}x - 2$, így) $x = 6$, azaz a P pont első koordinátája 6.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

11.		
$f(3) = 4$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

12.		
Összesen ($9 \cdot 10 =$) 90 db kétjegyű pozitív egész szám van (összes eset száma).	2 pont	
Ezek közül 9 db osztható 11-gyel (kedvező esetek száma).	1 pont	
A kérdezett valószínűség $\frac{9}{90} = 0{,}1$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

II. A

13. a) **első megoldás**		
A krumpli kilónkénti árát forintban jelölje k, a hagymáét h. A feladat szövege alapján $\left.\begin{aligned} 4k + 3h &= 1570 \\ 2k + h &= 700 \end{aligned}\right\}$.	2 pont	
A második egyenletből $h = 700 - 2k$, amit az első egyenletbe helyettesítve $4k + 2100 - 6k = 1570$.	1 pont	*Az egyenlő együtthatók módszerével* $\left.\begin{aligned} 4k + 3h &= 1570 \\ 4k + 2h &= 1400 \end{aligned}\right\}$.
Ebből $k = 265$ Ft egy kg krumpli,	1 pont	*A két egyenletet kivonva egymásból* $h = 170$,
és $h = 700 - 2 \cdot 265 = 170$ Ft egy kg hagyma.	1 pont	*és* $k = 265$.

Ellenőrzés a szöveg alapján: $4 \cdot 265 + 3 \cdot 170 = 1570$ Ft és $2 \cdot 265 + 170 = 700$ Ft valóban.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

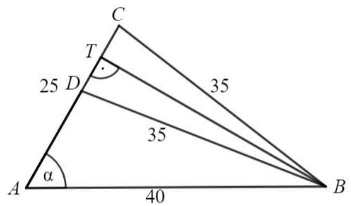
13. a) második megoldás		
Ha 2 kg krumpli és 1 kg hagyma 700 Ft-ba került, akkor 4 kg krumpli és 2 kg hagyma ára 1400 Ft volt.	2 pont	
Ebből az következik, hogy 1 kg hagyma (1570 – 1400 =) 170 Ft-ba került,	2 pont	
egy kg krumpli ára pedig $(700 - 170) : 2 = 265$ Ft volt.	2 pont	
Összesen:	**6 pont**	

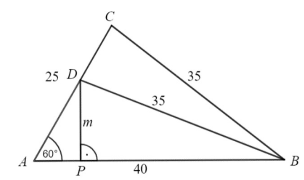
13. b)		
A zárójeleket felbontva: $4 + 2x^2 - 2x = x^2 + 2x + 1$.	2 pont	
Rendezve: $x^2 - 4x + 3 = 0$.	1 pont	
$x_1 = 1, x_2 = 3$	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

14. a) első megoldás		
A Dóri által készített henger alapkörének sugara 3 cm,	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
térfogata $V = 3^2 \cdot \pi \cdot 10 = 90\pi$ ($\approx 282{,}7$) (cm^3).	1 pont	
A Panni által formált 40 cm hosszú, r cm sugarú henger térfogata ugyanennyi, így $r^2\pi \cdot 40 = 90\pi$,	1 pont	
ahonnan $r^2 = 2{,}25$.	1 pont	
(Mivel $r > 0$, így) $r = 1{,}5$ (cm).	1 pont	
Tehát az átmérő 3 cm.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

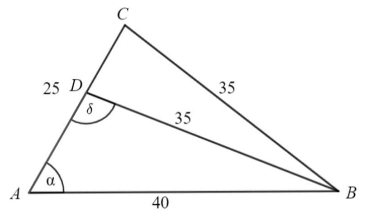
14. a) második megoldás		
A két henger térfogata egyenlő, de a Panni által formált henger hossza négyszerese Dóriénak.	1 pont	
Így Panni hengerének alapterülete negyede a másik henger alapterületének.	2 pont	
(Bármely két kör hasonló, így) ha a két kör területének aránya $1 : 4$, akkor a sugarak (illetve az átmérők) aránya ennek négyzetgyöke, azaz $1 : 2$.	2 pont	
Tehát Panni hengerének átmérője fele akkora, mint Dóri hengerének átmérője, azaz 3 cm.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

17. b) második megoldás		
Az ABD háromszögben felírjuk a koszinusztételt: $35^2 = 40^2 + AD^2 - 2 \cdot 40 \cdot AD \cdot \cos 60°$.	1 pont	
Ebből $AD^2 - 40 \cdot AD + 375 = 0$.	2 pont	
$AD = 25$ nem megoldás (mert $AD < AC$).	1 pont	
$AD = 15$ (cm) megfelelő.	1 pont	
A háromszög területe: $T_{ABD} = \frac{15 \cdot 40 \cdot \sin 60°}{2} \approx 260$ cm^2.	2 pont	
Összesen:	**7 pont**	

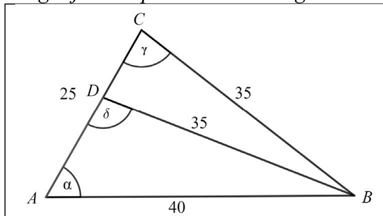
17. b) harmadik megoldás		
 Rajzoljuk meg az ABD háromszög B csúcsból induló magasságát. (Mivel az ABD háromszög tompaszögű, ezért a magasság T talppontja a háromszögön kívül esik.)	1 pont	
Az ABT háromszög egy szabályos háromszög fele, így $AT = 20$ (cm).	1 pont	
$CT = AC - AT = 5$ (cm).	1 pont	$CT = \sqrt{35^2 - (20 \cdot \sqrt{3})^2}$
(A BCD egyenlőszárú háromszögben T felezi a CD szakaszt, így) $DT = 5$ (cm), azaz $AD = 15$ (cm).	1 pont	
$BT = 20 \cdot \sqrt{3}$ (cm)	1 pont	
Az ADB háromszög területe így $T_{ABD} = \frac{AD \cdot BT}{2} = 150 \cdot \sqrt{3} \approx 260$ cm^2.	2 pont	
Összesen:	**7 pont**	

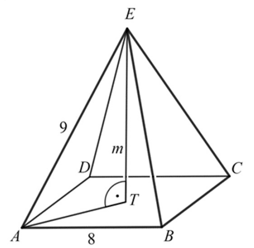
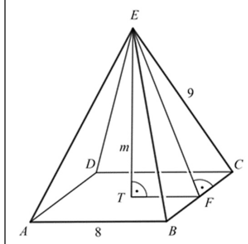


Megjegyzés: Az ABD háromszög AB oldalhoz tartozó magasságát m-mel jelölve az AP szakasz hossza $\frac{m}{\sqrt{3}}$, a PB szakasz hossza $40 - \frac{m}{\sqrt{3}}$ (1 pont). A PBD háromszögben a Pitagorasz-tételt felírva (1 pont) m értéke meghatározható: $m = \frac{15 \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 13$ (cm) (3 pont). Az AB oldal és a hozzá tartozó magasság hosszából kiszámítható az ABD háromszög területe (2 pont).

17. b) első megoldás		
 Szinusztétel az ABD háromszögben: $\frac{\sin\delta}{\sin 60°} = \frac{40}{35}$.	1 pont*	
Ebből $\sin\delta \approx 0{,}9897$.	1 pont*	
$\delta \approx 81{,}8°$ nem megoldás (mert így az ABD háromszög nem tompaszögű).	1 pont*	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$\delta = (180° - 81{,}8° =)\ 98{,}2°$ megfelelő.	1 pont*	
Az ABD háromszög B csúcsnál lévő szöge $(180° - 60° - 98{,}2° =)\ 21{,}8°$.	1 pont	
A háromszög területe: $T_{ABD} = \frac{40 \cdot 35 \cdot \sin 21{,}8°}{2} \approx 260\ \text{cm}^2$.	2 pont	
Összesen:	**7 pont**	

*A *-gal jelölt 4 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó:*

 Az ABC háromszög C csúcsnál lévő szögét γ-val jelölve a koszinusztétel alapján $40^2 = 35^2 + 25^2 - 2 \cdot 35 \cdot 25 \cdot \cos\gamma$.	1 pont	
$\cos\gamma \approx 0{,}1429$	1 pont	
$\gamma \approx 81{,}8°$	1 pont	
Mivel a BCD háromszög egyenlőszárú, így $\delta = 180° - \gamma = 98{,}2°$.	1 pont	

14. b)		
A feladat megértését tükröző ábra. 	1 pont	
A gúla alaplapjának területe: $8^2 = 64\ (\text{cm}^2)$.	1 pont	
Az AT szakasz a négyzet átlójának a fele, tehát $AT = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}\ (\approx 5{,}66)$ (cm).	1 pont	*Az EFC derékszögű háromszögben a Pitagorasz-tétel alapján* $EF^2 + 4^2 = 9^2$, $EF = \sqrt{65}\ (\approx 8{,}06)$ (cm).
Az ATE derékszögű háromszögben felírva a Pitagorasz-tételt: $(4\sqrt{2})^2 + m^2 = 9^2$,	1 pont	*Az ETF derékszögű háromszögben* $m^2 + 4^2 = (\sqrt{65})^2$,
amiből $m = 7$ (cm).	1 pont	
A gúla térfogata $V = \frac{64 \cdot 7}{3} \approx 149{,}3\ \text{cm}^3$.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

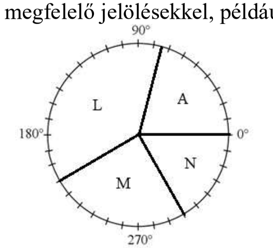
15. a)		
A gráfnak $(4 + 3 \cdot 2 =)$ 10 éle	1 pont	
és 11 pontja van.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

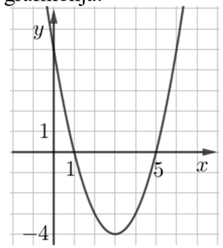
15. b)		
Minden évben megduplázódik az új élek száma, tehát a második évben $6 \cdot 2 = 12$ új él keletkezik.	2 pont	*Az egyes években a gráf új éleinek számai tekinthetők egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjainak, amelyben* $a_1 = 6$ *és* $q = 2$.
A harmadik évben 24, a negyedikben 48 új él keletkezik,	1 pont	$S_4 = 6 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1} =$
tehát összesen $6 + 12 + 24 + 48 = 90$ új él keletkezik.	1 pont	$= 90$
Az eredeti 4 éllel együtt a negyedik év végén összesen $4 + 90 = 94$ éle lesz a gráfnak.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

15. c)		
Az egyes sorokba ültetett facsemeték száma egy számtani sorozat egymást követő tagjaival egyezik meg. A sorozat első tagja 12, differenciája pedig 3.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Az utolsó sorba $a_{17} = a_1 + 16d = 12 + 16 \cdot 3 =$	1 pont	
= 60 fát ültettek.	1 pont	
A területen összesen $S_{17} = \frac{a_1 + a_{17}}{2} \cdot 17 = \frac{12+60}{2} \cdot 17 =$	1 pont	$S_{17} = \frac{2 \cdot 12 + 16 \cdot 3}{2} \cdot 17 =$
= 612 facsemetét ültettek.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó felsorolja a sorozat első 17 tagját, és ez alapján helyesen válaszol, akkor a teljes pontszám jár.

II. B

16. a)		
Az abszolútértékes függvényekhez tartozó középponti szög $360° \cdot \frac{5}{24} = 75°$.	1 pont	*1 db függvényhez* $\frac{360°}{24} = 15°$*-os középponti szög tartozik, így az abszolútértékes függvényekhez* $5 \cdot 15° = 75°$*-os,*
A másodfokú függvényekhez tartozó középponti szög $360° \cdot \frac{6}{24} = 90°$.	1 pont	*a másodfokú függvényekhez* $6 \cdot 15° = 90°$*-os.*
Lineáris függvényből $24 \cdot \frac{135°}{360°} = 9$ darab van.	1 pont	$\frac{135°}{15°} = 9$
Négyzetgyökös függvényből 24 – (5 + 9 + 6) = 4 darab van.	1 pont	
A négyzetgyökös függvényekhez tartozó középponti szög (360° – 75° – 135° – 90° =) 60°.	1 pont	$4 \cdot 15° = 60°$
Kördiagram megfelelő jelölésekkel, például: 	2 pont	
Összesen:	**7 pont**	

16. b)		
Az f függvény grafikonja: 	2 pont	*A zérushelyeket az* $(x-3)^2 - 4 = 0$ *egyenlet gyökei adják meg. Rendezve:* $x^2 - 6x + 5 = 0$.
A függvény zérushelyei $x_1 = 1$ és $x_2 = 5$.	1 pont	
Az f (szigorúan monoton) csökken, ha $x \leq 3$,	1 pont	$x < 3$ *is elfogadható.*
és (szigorúan monoton) növekszik, ha $x \geq 3$.	1 pont	$x > 3$ *is elfogadható.*
A függvénynek minimuma van.	1 pont	
A minimum helye ($x =$) 3,	1 pont	
a minimum értéke ($f(3) =$) –4.	1 pont	
A függvény értékkészlete [–4; ∞[.	2 pont	*Más helyes jelölés is elfogadható.*
Összesen:	**10 pont**	

17. a)		
Az ABC háromszögben írjuk fel a BC oldalra a koszinusztételt: $35^2 = 40^2 + 25^2 - 2 \cdot 40 \cdot 25 \cdot \cos\alpha$.	1 pont	
Ebből $\cos\alpha = 0{,}5$,	2 pont	
azaz $\alpha = 60°$ valóban.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a koszinusztételbe a 60°-ot behelyettesítve igaz egyenlőséget kap, akkor ezért 3 pont jár. Ha utal arra, hogy nincs más megfelelő szög, akkor ezért további 1 pontot kapjon.