

	a feladat sorszáma	pontszám	
		maximális	elért
II. A rész	13.	11	
	14.	12	
	15.	13	
II. B rész		17	
		17	
ÖSSZESEN		← nem választott feladat 70	

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2024. október 15. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. október 15.

OKTATÁSI HIVATAL

A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. A balatoni viharjelzést 1988 óta távvezérelt fényjelző berendezésekkel oldják meg. A viharjelzésnek három különböző fokozata van:

- Ha a várható legerősebb szélhőkéssek nem haladják meg a 45 km/h sebességet, akkor a rendszer **alapon** van, fényjelzés nincs.
- Ha a szél sebessége 45–60 km/h között várható, akkor **elsőfokú** viharjelzés van, a viharjelző berendezés lámpái perenként 45-ször villannak fel, egyenlő időközönként.
- 60 km/h-nál erősebb várható szélhőkéssek esetén **másodfokú** viharjelzés van, a viharjelző berendezés lámpái perenként 90-szer villannak fel, egyenlő időközönként.

a) Milyen viharjelzési fokozat van érvényben, ha 12 másodperc alatt 9 felvillanást látunk?

Viharjelzés szempontjából a Balatont 2012 óta három medencére osztották: nyugati, középső és keleti medencére. Az egyes medencékben ki lehet adni egymástól eltérő fokozatú viharjelzéseket (egy medencén belül minden viharjelző berendezés azonos jelzést ad), de szomszédos medencékben legfeljebb egy fokozattal térhetnek el egymástól a kiadott viharjelzések.

b) Hányféleképpen adható ki viharjelzés a teljes Balatonra vonatkozóan a fenti szabályoknak megfelelően? (Egy ilyen például, ha a nyugati medencében a rendszer alapon van, a középső és keleti medencében pedig elsőfokú a viharjelzés. Két kiadott viharjelzést különböztönek tekintünk, ha legalább az egyik medencében eltér a viharjelzési fokozat a két esetben.)

A Badaacsony hegy térfogatának becsléséhez a hegy közelíthető egy olyan csónakakúppal, melynek alapköre 11 km kerületű, fedőkörének sugara 0,6 km, magassága pedig 330 méter.

c) Igaz-e, hogy (a becslés alapján) a hegy térfogata nagyobb, mint 1,5 km³?

Egy új budaacsonyi borászat vezetője üzleti tervet készít. Úgy számol, hogy a második évtől kezdve minden évben 5%-kal több bort fog előállítani, mint az előző évben. Az első 10 évben szeretne összesen 1000 hektoliter bort előállítani.

d) Hány hektoliter bort fog előállítani a tizedik évben, ha a terv teljesül?

a)	2 pont
b)	5 pont
c)	5 pont
d)	5 pont
Ö.:	17 pont

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő letelével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. A **nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédanyag használata tilos!
5. A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!

6. Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!
7. A gondolatmenet kifejtése során a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\left(\frac{n}{k}\right)$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságot röviden indokolnia kell.*

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. a) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\frac{x+3}{4} + \frac{x+1}{5} = -\frac{x}{2}$$

A baktériumok szaporodása laboratóriumi körülmények között több fázisra osztható, az első szakaszban a baktériumok száma nagyon gyorsan növekszik. Egy kutató a mérései alapján arra a következtetésre jutott, hogy a vizsgált baktériumok számát az első néhány órában a $b(p) = 6 \cdot 1,015^p$ képlettel jól lehet közelíteni. A képletben p jelöli a mérés kezdetétől eltelt időt percben, $b(p)$ pedig p perc elteltével a baktériumok számát **ezer darabban** megadva.

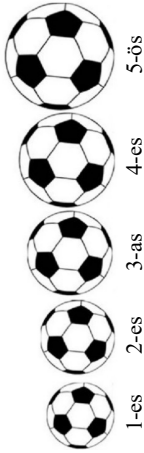
- b) Mennyi lesz a baktériumok száma a mérés kezdetétől számított 60 perc elteltével a képlet alapján?
- c) A mérés kezdetétől számítva hányadik **órában** éri el a baktériumok száma a 600 ezret a képlet alapján?

a)	5 pont
b)	2 pont
c)	4 pont
Ö.:	11 pont

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A futballmérkőzéseken használt labdák mérete a játékosok korosztályától függ.
A 8 éveseknek ajánlott 3-as méretű labda átmérője 18 cm, a 12 év felettieknek ajánlott 5-ös méretű labda átmérője 21,5 cm. (A labdákat gömb alakúnak tekintjük.)



- a) Hány százalékkal nagyobb az 5-ös méretű labda térfogata a 3-as méretű labda térfogatánál?

A 2022-es katarai futballvilágbajnokságon 32 csapat vett részt.
A 32 csapatot 8 csoportba osztották, minden csoportba 4 csapat került. A csoportkörös mérkőzések során egy csoporton belül minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszott. A győzelemért 3 pont, a döntetlenért mindkét csapatnak 1-1 pont, a vereségért 0 pont járt. Az egyik csoportban a táblázatban látható pontszámok alakultak ki a csoportkörös mérkőzések végén.

Helyezés	Pontszám
1.	7
2.	5
3.	4
4.	0

- b) Hány mérkőzés végződött döntetlenre ebben a csoportban a csoportkör során?

Az alábbi táblázat a csoportkörös mérkőzések végére kialakult pontszámok gyakoriságát mutatja a 32 csapat esetében.

Pontszám	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Gyakoriság	2	3	0	4	10	2	8	3	0	0

- c) Határozza meg a 32 csapat pontszámának átlagát!
- d) Töltse ki az alábbi táblázatot a csoportkörökben kialakult pontszámokra vonatkozóan, és rajzolja fel az adatokat ábrázoló sodrófta (box plot) diagramot!

minimum	alsó kvartilis	medián	felső kvartilis	maximum



14. Adott az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x - 3)^2 - 4$ függvény.

- a) Melyik számot rendeli az f függvény az $x = 2,5$ -hez?
 - b) Határozza meg az f függvény zérushelyeit!
- Az f függvény grafikonjára illeszkedik a $P(2; -3)$ és a $Q(6; 5)$ pont.
- c) Számítsa ki a P és a Q pont távolságát!
 - d) Határozza meg a P és Q pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Emese süteményeket sült, amihez 5 kg cukrot vásárol. Ha 4 kg kristálycukrot és 1 kg barna cukrot vásárolna, akkor 2600 Ft-ot, ha 3 kg kristálycukrot és 2 kg barna cukrot vásárolna, akkor 3275 Ft-ot fizetne.

a) Mennyibe kerül 1 kg kristálycukor, és mennyibe kerül 1 kg barna cukor?

Emese egy angol nyelvű szakácskönyvből nézett ki egy receptet, amelyben a tömegek mérésére az uncia mértékegységet használják. A recept alapján 5 uncia cukrot kell kíméni. Tudjuk, hogy 1 kilogramm körülbelül 35,3 uncianak felel meg.

b) Hány gramm cukrot kell Emesének kímélnie?
Válaszát tíz grammra kerekítve adja meg!

Emese 72 darab lekváros és 96 darab csokis linzerből egyforma összetételű csomagokat állít össze az iskolai vásárra: mindegyik csomagba azonos számú lekváros linzert tesz, és mindegyik csomagba azonos számú csokis linzert tesz úgy, hogy az összes süteményt felhasználja.

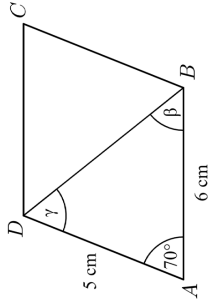
c) Legfeljebb hány csomagot állíthat össze így Emese?

Egy süteményesdobozban 10 darab lekváros és 15 darab csokis linzer van. A dobozból (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kivesszünk 5 darab süteményt.

d) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott sütemények között pontosan 2 darab lesz lekváros!

a)	6 pont
b)	3 pont
c)	4 pont
d)	4 pont
Ö.:	17 pont

15. Az $ABCD$ paralelogramma AB oldala 6 cm, AD oldala 5 cm hosszú, a két oldal által bezárt szög 70° -os.



- a) Számítsa ki az $ABCD$ paralelogramma területét!
- b) Számítsa ki a BD átló hosszát, valamint az ábrán jelölt β és γ szögek nagyságát!
- Tekintsük a következő állítást:
„Ha egy négyszög tengelyesen szimmetrikus, akkor az a négyszög középpontosan is szimmetrikus.”
- c) Döntse el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!
- d) Fogalmazza meg az állítás megfordítását, és döntse el a megfordított állításról, hogy igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!

a)	2 pont	
b)	6 pont	
c)	2 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	13 pont	