

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. május 6.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2025. május 6. 9:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adott a következő két halmaz: $A = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ és $B = \{5; 6; 7; 8; 9\}$.
Elemi felsorolásával adja meg az $A \cap B$ és a $B \setminus A$ halmazt!

$A \cap B =$	1 pont	
$B \setminus A =$	1 pont	

2. Emma egy 80 pontos dolgozatban 68 pontot ért el. Hány százalékos lett Emma dolgozata?

Emma dolgozata lett.	százalékos	2 pont	
-------------------------	------------	--------	--

3. Hány különböző háromjegyű számot képezhetünk a 4, 5, 6, 7, 8 számjegyekből, ha a számjegyeket többször is felhasználhatjuk?

	2 pont	
--	--------	--

4. Adja meg x értékét, ha $2^x = 8^4$.

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

5. Írja fel tízes számrendszerben a kettes számrendszerbeli 10101_2 számot!

	2 pont	
--	--------	--

6. Egy mértani sorozat harmadik tagja 8, negyedik tagja 4. Adja meg a sorozat hányadosát, első tagját, és a sorozat első 7 tagjának az összegét!

A sorozat hányadosa:	1 pont	
A sorozat első tagja:	1 pont	
Az első 7 tag összege:	2 pont	

7. Egy hétagú társaság tagjai kézfogással üdvözlik egymást: mindenki mindenkiével egyszer fog kezét. Eddig 10 kézfogás történt.
Hány kézfogás van még hátra? Megoldását részletezze!

	2 pont	
	1 pont	

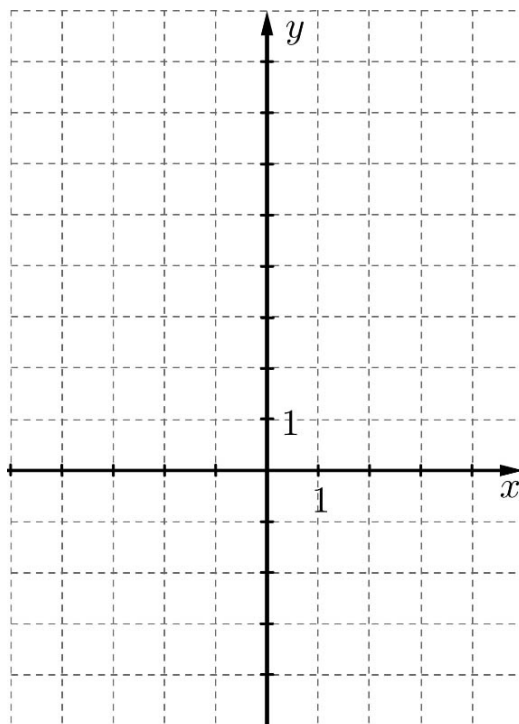
8. Egy háromszög oldalainak hossza 4 cm, 8 cm és 10 cm. Egy hozzá hasonló háromszög legrövidebb oldala 6 cm hosszú. Hány centiméter hosszú ennek a háromszögnek a leghosszabb oldala?

A háromszög leghosszabb oldala cm hosszú.	2 pont	
--	--------	--

9. Adja meg az összes olyan 3-mal osztható négyjegyű pozitív egész számot, melynek minden számjegye kisebb 2-nél!

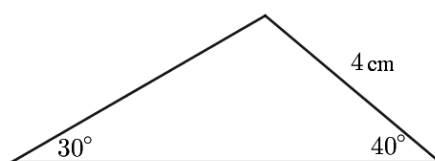
	3 pont	
--	--------	--

10. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelynek a meredeksége 2, és átmegy a $P(1; 3)$ ponton!



	2 pont	
--	--------	--

11. Az ábrán látható háromszög 30° -os szögével szemkötti oldal 4 cm hosszú. Milyen hosszú a 40° -os szöggel szemkötti oldal? Megoldását részletezze!



	2 pont	
	1 pont	

- 12.** Egy fekete és egy fehér szabályos nyolccoldalú dobótesttel (oktaéderrel) dobunk. A két dobótest mindegyikén az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számok vannak. (Az ábrán például 1-est és 3-ast dobtunk.)
Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege 5 lesz? Megoldását részletezze!



	2 pont	
	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	4	
	7. feladat	3	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	3	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

dátum

javító tanár

		pontszáma egész számra kerekítve	
		elért	programba beírt
I. rész			

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. május 6.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2025. május 6. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Név: osztály:.....

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részs számítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fel-lelhető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{x-1}{6} + \frac{x+5}{9} = \frac{x+3}{4}$

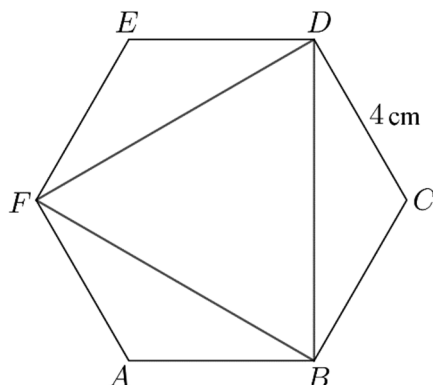
b) $(x+1)^2 + (x+1)(x-1) = 0$

a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

Név: osztály:.....

- 14. a)** Igazolja, hogy a szabályos hatszögben egy belső szög nagysága 120° !

Az ábrán a 4 cm oldalhosszúságú $ABCDEF$ szabályos hatszög látható, amelybe berajzoltuk a BDF szabályos háromszöget.



- b)** Számítsa ki a BDF háromszög területét!
- c)** Számítsa ki az $ABCDEF$ hatszög köré írható kör kerületét!
- d)** Adja meg a következő vektorműveletek eredményét:

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FD} =$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} =$$

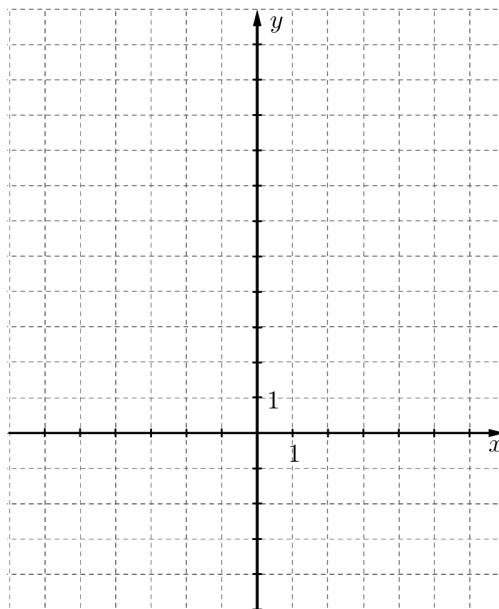
a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	2 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	13 pont	

Név: osztály:.....

15. Az $f : x \mapsto (x+1)^2 - 2$ függvény értelmezési tartománya a $[-2; 2]$ zárt intervallum.

a) Melyik számot rendeli az f függvény az $x = -1,5$ -hez?

b) Ábrázolja az f függvényt!



Adottak a valós számok halmazán értelmezett e és g függvények.

$$e : x \mapsto -2x + 1$$

$$g : x \mapsto 2^x$$

c) Döntse el, hogy az e és g függvényekre a táblázatban megadott három állítás igaz vagy hamis! Töltse ki az alábbi táblázatot! Válaszait itt nem kell indokolnia.

	e	g
Van zérushelye.		
Szigorúan monoton növekvő.		
Van maximuma.		

d) Határozza meg, hogy a g függvény melyik számhoz rendeli a 3-at! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

Név: osztály:.....

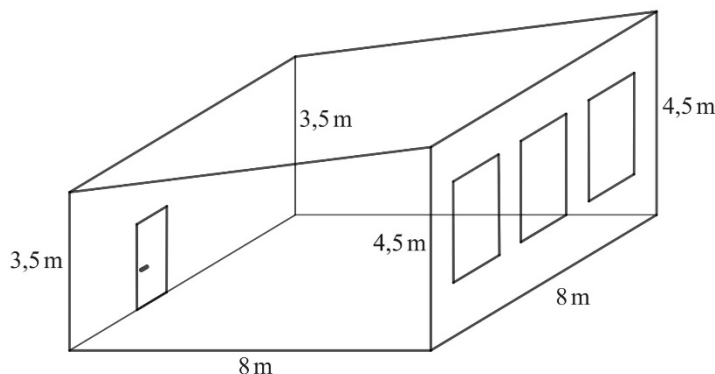
B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Az ábrán egy tanterem vázlatos rajza látható. A tanterem padlója egy 8 méter oldalú négyzet. A bejárati ajtó felőli fal 3,5 méter, míg az ablakos fal 4,5 méter magas.

A tanterem három, téglalap alakú ablakának mérete $1,6\text{ m} \times 2,5\text{ m}$. Az ajtó 90 cm széles és 210 cm magas.

A tanterem két szemközti, téglalap alakú függőleges falát (az ajtó és az ablakok kivételével) világoskék színűre festették, a többi felületet nem festették le.



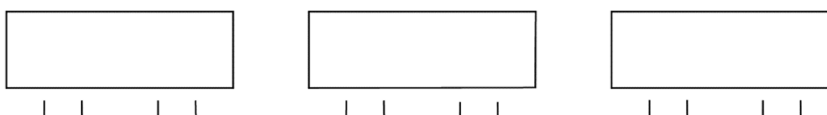
- a) Hány négyzetméter falfelületet festettek világoskék színűre a tanteremben?
- b) Számítsa ki a tanterem térfogatát!

A tantermet főleg matematika és természettudományos órákra használják, így az egyik falra egy olyan dekoráció került, amelyre összesen 196 híres matematikus és természettudós vezetéknevét írták fel az alábbi háromszögszerű elrendezésben. Az ábra a felső 4 sort mutatja, ami lefelé folytatódik még hasonlóképpen, azaz minden sorba kettővel több név kerül, mint a felette lévőbe.

			Euklidész			
		Gauss	Euler	Pitagorasz		
	Fibonacci	Karikó	Cardano	Bolyai	Leibniz	
Cantor	Krausz	Neumann	Erdős	Lovász	Szemerédi	Newton

- c) Összesen hány sorba írták fel a 196 nevet?

A tanteremben három egymás melletti kétszemélyes padba leül Anna, Balázs, Csaba, Dóra, Eszter és Fülöp.



- d) Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha Eszter és Csaba valamelyik padban egymás mellett ül? (Két eset különböző, ha van olyan diák, aki másik helyen ül a két ülésrendben.)

Név: osztály:.....

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 17.** Egy internetes boltban kapható társasjátékot 14 vásárló értékelt 1, 2, 3, 4 vagy 5 ponttal. Az alábbi táblázatban az értékelés eredménye látható.

pontszám	1	2	3	4	5
gyakoriság	0	2	3	2	7

- a)** Az adatok alapján töltsse ki az alábbi táblázatot a pontszámokról!

minimum	alsó kvartilis	medián	felső kvartilis	maximum

- b)** Számítsa ki a 14 pontszám átlagát és szórását!

Két vásárló nevét (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kiválasztjuk az értékelést író 14 vásárló neve közül.

- c)** Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindketten legalább 4 pontot adtak?

Idén a három legnépszerűbb játék a *Kert*, a *Szigetlakók* és a *Duna–Tisza* volt. Az egyik héten a bolt vásárlói közül 20-an megvették a Kertet, 16-an pedig a Szigetlakókat. A vásárlók közül összesen 18-an vettek pontosan egy játékot: csak a Szigetlakókat kétszer annyian, mint csak a Kertet, csak a Duna–Tiszát pedig háromszor annyian, mint csak a Kertet. Ezen a héten nem volt olyan vásárló, aki mind a három játékot megvette, de 10-en voltak olyanok, aki a Kertet és a Szigetlakókat is megvásárolták.

- d)** Hányan voltak ezen a héten a vásárlók közül azok, akik a Duna–Tisza játékot megvásárolták?

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

Név: osztály:.....

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Andrásék mosdótálja forgáshenger alakú, melynek belső átmérője 38 cm, belső magassága pedig 12 cm. A mosdóhoz tartozó csaptelep elromlott, minden másodpercben egy csepp víz csepeg ki a csapból. Egy csepp térfogata $\frac{1}{20}$ ml. Andrásék 3 teljes napra elutaznak otthonról. A mosdótál dugóját bedugva felejtették, így a csepegő víz a mosdótálban gyűlik 3 napon keresztül.



- a)** Számítsa ki a mosdótál térfogatát, és döntse el, hogy a három nap alatt belecsöpögő víz ki fog-e csordulni a mosdótálból!

Andrásék az utazás során kétszer is betértek ugyanabba a cukrászdába. Egyik nap 4 somlót és 2 gombóc fagylaltot vásároltak 4100 Ft-ért, másnap pedig 2 somlót és 4 gombóc fagylaltot 3400 Ft-ért.

- b)** Mennyibe kerül egy somló és mennyibe kerül egy gombóc fagylalt?

A cukrászdában 10-féle fagylalt – köztük a pisztácia – közül lehet választani. András kislánya, Bandi szeret véletlenszerűen választani a kapható fagylaltfélék közül. Most is ilyen módon állít össze egy háromgombócos fagylaltot: felírja a fagylaltfélék nevét egy-egy cédulára, és ezek közül húz hármat **visszatevéssel**.

- c)** Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három gombóc közül legfeljebb az egyik lesz pisztácia?

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

Név: osztály:.....

	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	11		
	14.	13		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző