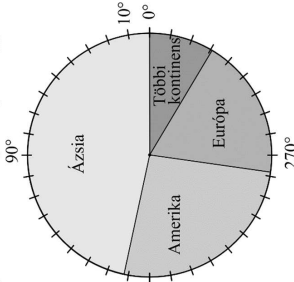


18. c)		
Összesen 268 hegymászó szerepel a táblázatban.	1 pont	
Ebből az egyes kontinensekhez tartozó középponti szögek rendre: $\frac{125}{268} \cdot 360^\circ \approx 168^\circ$, $\frac{70}{268} \cdot 360^\circ \approx 94^\circ$, $\frac{50}{268} \cdot 360^\circ \approx 67^\circ$, $\frac{23}{268} \cdot 360^\circ \approx 31^\circ$.	2 pont	1 vagy 2 hiba esetén 1 pont jár.
Megfelelő kördiagram, jelmagyarázattal.		
	2 pont	
	Összesen:	5 pont

18. d) első megoldás		
Az Ágnesből és Lászlóból álló hegymászópár és a másik három hegymászó 4!-féle sorrendben követheti egymást.	2 pont	
Ágnes és László minden ilyen esetben 2-féle sorrendben haladhatnak egymás után.	1 pont	
Így a lehetőségek száma $2 \cdot 4! = 48$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

18. d) második megoldás		
Ágnes és László 4-féle helyen (1-2, 2-3, 3-4, 4-5),	1 pont	
2-féle sorrendben haladhat egymás után.	1 pont	
A többiek 3!-féle sorrendben szerepelhetnek a sorban,	1 pont	
így a lehetőségek száma $4 \cdot 2 \cdot 3! = 48$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. május 6.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
- Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy főleges.
- A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *készeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
- Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részét, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
- Ha az útmutatóban egy **megjegyzés** zárójelben szerepel, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

17. c)		
A tûröhenger sugara 9 mm, a félhenger sugara 10 mm.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A tûröhenger térfogata: $9^2\pi\cdot 100\approx 25\,447\text{ mm}^3$.	1 pont	
A téglatest térfogata: $20\cdot 10\cdot 102=20\,400\text{ mm}^3$.	1 pont	
A félhenger térfogata: $0,5\cdot 10^2\pi\cdot 102\approx 16\,022\text{ mm}^3$.	1 pont	
A desszert térfogata: $20\,400+16\,022=36\,422\text{ mm}^3$.	1 pont	
A csokoládé térfogata a desszert és a tûröhenger térfogatának különbsége: $36\,422-25\,447\approx 10\,975\text{ mm}^3$, azaz kb. 11 cm^3 csokoládé kerül egy desszertbe.	1 pont	
Összesen:	7 pont	

18. a)		
8848 méter = 8,848 km	1 pont	
$p(8,848)=101\,325\cdot 10^{-0,054\cdot 8,848}\approx 33\,723\text{ Pa}$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

18. b)		
Megoldandó a $60\,000=101\,325\cdot 10^{-0,054\cdot h}$ egyenlet.	1 pont	
Innen $10^{-0,054\cdot h}=\frac{60\,000}{101\,325}(\approx 0,592)$.	1 pont	
Ebből $-0,054h=\lg 0,592(\approx -0,2277)$, így $h\approx 4,22\text{ km}$.	1 pont	
azaz kerekítve 4200 méter magasságban lesz a légnyomás 60 000 Pa.	1 pont	<i>Ezt a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.</i>
Összesen:	5 pont	

17. a)		
A felhasznált érmék lehetnek: – 3 db 100 Ft-os (és 0 db 50 Ft-os), – 2 db 100 Ft-os és 2 db 50 Ft-os, – 1 db 100 Ft-os és 4 db 50 Ft-os, – (0 db 100 Ft-os és) 6 db 50 Ft-os.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
3 db 100 Ft-ossal, illetve 6 db 50 Ft-ossal is csak 1-1-féleképpen lehet fizetni.	1 pont	
2 db 100 Ft-ossal és 2 db 50 Ft-ossal $\binom{4}{2} = 6$ -féleképpen lehet fizetni.	2 pont	
1 db 100 Ft-ossal és 4 db 50 Ft-ossal 5-féleképpen lehet fizetni.	1 pont	
Összesen $(1 + 6 + 5 + 1 =) 13$ -féleképpen dobhatunk be az automataba 300 Ft-ot.	1 pont	
Összesen: 6 pont		

Megjegyzés: Ha a vizsgázó rendezetten felsorolja az összes lehetőséget, és ez alapján helyesen válaszol, akkor a teljes pontszám jár.

17. b) első megoldás		
Az összes (egyenlő valószínűségt) eset száma: $\binom{6}{3} = 20$.	1 pont	<i>Egyesével választva, a sorrendet is figyelembe véve az összes eset száma</i> $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.
A kedvező esetek száma: $\binom{2}{1} \cdot \binom{4}{2} = 12$.	2 pont	<i>A kedvező esetek száma</i> $\binom{3}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 = 72$.
A keresett valószínűség: $\frac{12}{20} = 0,6$.	1 pont	
Összesen: 4 pont		

17. b) második megoldás		
Annak a valószínűsége, hogy elsőre tejcsookoládés, másodikra és harmadikra is étcsokoládés desszertet választ Balázs: $\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$.	2 pont	
Hasonlóan $\frac{1}{5}$ a valószínűsége annak, hogy másodikra, és szintén $\frac{1}{5}$, hogy harmadikra választ tejcsookoládés desszertet Balázs (és a másik két választott desszert étcsokoládés).	1 pont	$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$ $\frac{6}{6} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{1}{5}$ $\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5}$
A keresett valószínűség: $3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$.	1 pont	
Összesen: 4 pont		

6. **Mértékegység hiánya esetén** csak akkor jár pontlevonás, ha a hiányzó mértékegység válaszban vagy mértékegység-átváltásban szerepel (zárójel nélkül).
7. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
10. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használt fel.
11. A gondolatmenet kifejtése során a **zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytablázatban fellelhető táblázatok helyettesítése ($\sin$, $\cos$, $\lg$, $\log$ és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
12. Az **ábrák** bizonyítói erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
13. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százlékban megadott helyes válasz is elfogadható.
14. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
15. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

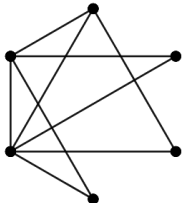
1.		
$A \cap B = \{1; 3; 5\}$	1 pont	
$A \setminus B = \{2; 4\}$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
60	2 pont	
Összesen:	2 pont	

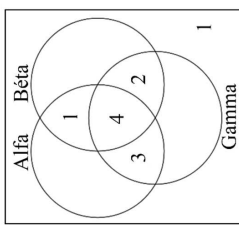
3.		
$x = 3$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

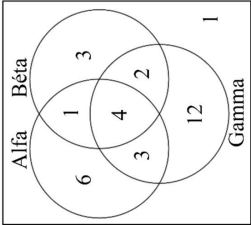
4.		
580 ezer forint	2 pont	
Összesen:	2 pont	

5.		
(Az 5 cm hosszú oldallal szemközti szöveget jelölje α . A szinusz-tétel alapján:) $\sin \alpha = \frac{5}{6}$.	1 pont	
$\sin \alpha \approx 0,7217$	1 pont	
$\alpha \approx 46,2^\circ$ (Az α nem lehet tompaszög.)	1 pont	
	3 pont	

6.		
Egy megfelelő gráf, például: 	2 pont	Nem egyszerű gráf is el-fogadható.
Összesen:	2 pont	

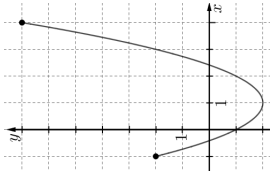
7.		
$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3^3 \cdot \pi}{3} = 18\pi\right) \approx 56,5 \text{ cm}^3$	2 pont	
Összesen:	2 pont	

16. c)		
$(5 - 4 =) 1$ főnek csak az Alfánál és a Bétánál, $(6 - 4 =) 2$ főnek csak a Bétánál és a Gammánál, $(7 - 4 =) 3$ főnek csak az Alfánál és a Gammánál volt már előfizetése.	2 pont	
$(32 - 1 =) 31$ főnek volt már legalább az egyik szolgáltatónál előfizetése.	1 pont	
Összesen $31 - (1 + 2 + 3 + 4) = 21$ főnek volt előfizetése pontosan egy szolgáltatónál.	1 pont	
Ha x főnek csak a Bétánál volt már előfizetése, akkor csak az Alfánál $2x$, csak a Gammánál $4x$ főnek volt már előfizetése. $x + 2x + 4x = 21$, ahonnan $x = 3$.	1 pont	
A Bétánál $(3 + 1 + 4 + 2 =) 10$ főnek volt már előfizetése.	1 pont	
Összesen:	8 pont	



15. b)	
Megoldandó a $2^x + 1 = 1,25$ egyenlet.	1 pont
$2^x = 0,25$	1 pont
(Az exponenciális függvény kölcsönös egyértelműsége miatt) $x = -2$.	1 pont
Összesen:	3 pont

15. c)	
A vizsgázó másodfokú függvény grafikonját (normálparabola) ábrázolja	1 pont
a $[-1; 4]$ intervallumon,	1 pont
melynek minimumhelye 1,	1 pont
minimumértéke -2 .	1 pont
Összesen:	4 pont



II. B

16. a)	
A hívások átlagos ideje 2012-ben: (18 001 : 8045 $\approx$) 2,24 perc.	1 pont
A hívások száma 2017-ben: (22 377 : 2,83 $\approx$) 7907 millió db.	1 pont
A hívások időtartama 2022-ben: (8577 · 3,31 $\approx$) 28 390 millió perc.	1 pont
Összesen:	3 pont

7894 és 7921 közé eső bármilyen érték elfogadható.

28 347 és 28 432 közé eső bármilyen érték elfogadható.

16. b)	
A szintenként kapható pontok egy számtani sorozat egymást követő tagjai: $a_4 = 630$, $a_7 = 990$.	1 pont
$a_7 - a_4 = 990 - 630 = 3d$, innen $d = 120$.	1 pont
$a_1 = a_4 - 3d = 270$	1 pont
$S_{12} = \frac{2 \cdot 270 + 11 \cdot 120}{2} \cdot 12 =$	1 pont
$= 11\,160$ az összpontszáma annak a játékosnak, aki mind a 12 szintet teljesítette.	1 pont
Összesen:	6 pont

8.	
(A minimum 50, az alsó kvartilis 55, a medián 75, a felső kvartilis 110, a maximum 145 millió Ft.)	4 pont
Összesen:	4 pont

A minimum és maximum meghatározása összesen 1, a medián 1, az alsó és a felső kvartilis meghatározása összesen 1 pontot ér. A kapott adatokból készített diagramért 1 pont jár.

9.	
$\overline{CA} = a - c$	1 pont
$\overline{BE} = 2(a + c)$	2 pont
Összesen:	3 pont

10.	
$y = 2x + 1$	2 pont
Összesen:	2 pont

11.	
$q = \left(\frac{36}{24}\right) = 1,5$	1 pont
$a_1 = \left(\frac{24}{1,5}\right) = 16$	1 pont
$S_6 = 16 \cdot \frac{1,5^6 - 1}{1,5 - 1} = 332,5$	1 pont
Összesen:	3 pont

$16 + 24 + 36 + 54 + 81 + 121,5 = 332,5$

12. első megoldás	
Összesen 36-féle dobás lehetséges (összes eset száma).	1 pont
A kedvező dobások száma 6 (1-6, 3-6, 5-6, 6-5, 6-3, 6-1).	1 pont
A keresett valószínűség így $\frac{6}{36} \left(= \frac{1}{6} \right)$.	1 pont
Összesen:	3 pont

12. második megoldás

Lehet a piros kockán 6-os és a kék kockán páratlan szám, vagy fordítva.	1 pont	Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.
Annak a valószínűsége, hogy a piros kockával 6-ost dobunk $\frac{1}{6}$, annak a valószínűsége, hogy késsel páratlan számot dobunk $\frac{1}{2}$.	1 pont	
A keresett valószínűség ezért $2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

II. A

13. a)

Az egyenlet bal oldalán álló törtet közös nevezőre hozva: $\frac{5x + 40}{100} + \frac{4x - 20}{100} = 2$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgáló az egyenlet mindkét oldalát megszorozza 100-zal.</i>
$5x + 40 + 4x - 20 = 200$	1 pont	
$9x + 20 = 200$	1 pont	
$x = 20$	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

13. b)

A téglalap rövidebb oldalának hossza (cm-ben mérve) legyen a , ekkor a másik oldal hossza $a + 48$. A feladat szövege alapján: $a(a + 48) = 2025$.	1 pont	$b(b - 48) = 2025$
$a^2 + 48a - 2025 = 0$	1 pont	$b^2 - 48b - 2025 = 0$
$a_1 = 27$	1 pont	$b_1 = 75$
$a_2 = -75$, ami nem megoldása a feladatnak.	1 pont	$b_2 = -27$, nem megoldás
A téglalap oldalainak hossza 27 cm és 75 cm.	1 pont	
A téglalap kitétele $(2 \cdot 27 + 2 \cdot 75 =)$ 204 cm.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

14. a)

Az ABD derékszögű háromszögben $\cos ABD\alpha = \frac{12}{20}$,	1 pont
ahonnan $ABD\alpha \approx 53,1^\circ$,	1 pont
így $\beta = (53,1^\circ + 63^\circ) = 116,1^\circ$.	1 pont
Összesen:	3 pont

14. b)

Az ABD derékszögű háromszögben Pitagorasz-tétellel: $AD = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ cm.	2 pont	$AD = 20 \cdot \sin 53,1^\circ$
A DBC háromszögben koszinusztétellel: $CD^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 63^\circ (\approx 352,6)$, amiből $CD \approx 18,8$ cm.	1 pont	
Az ABD derékszögű háromszög területe (a két befogó szorzatának fele) $\frac{12 \cdot 16}{2} = 96$ cm ² .	1 pont	$\frac{12 \cdot 20 \cdot \sin 53,1^\circ}{2} \approx 96$ cm ²
(A DBC háromszög területe a trigonometrikus terület- képlettel) $\frac{20 \cdot 15 \cdot \sin 63^\circ}{2} \approx$	1 pont	(Héron-képlettel:) $t = \sqrt{26,9 \cdot 6,9 \cdot 11,9 \cdot 8,1} \approx$
≈ 134 cm ² .	1 pont	
A négyszög területe így $(96 + 134) = 230$ cm ² .	1 pont	
Összesen:	8 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a válaszait mértékegység nélkül adja meg, akkor ezért a feladatban összesen 1 pontot veszíten.

14. c)

Az állítás hamis.	1 pont
Egy megfelelő ellenpélda (pl. egy olyan téglalap, amelyik nem négyzet).	1 pont
Összesen:	2 pont

15. a)

				8 jó válasz 4, 7 jó válasz 3, 6 jó válasz 2, 5 jó válasz 1 pontot ér. 5-nél kevesebb jó válasz esetén nem jár pont.
	f	g	h	
van zérushelye	IGAZ.	IGAZ	HAMIS	
van maximuma	HAMIS	IGAZ	HAMIS	
szig. mon. növekvő	IGAZ.	HAMIS	IGAZ	
				Összesen:
				5 pont